

Объединённый комитет по надёжности конструкций

ВЕРОЯТНОСТНЫЕ МОДЕЛЬНЫЕ НОРМЫ JCSS

JCSS Probabilistic Model Code
2001

СОДЕРЖАНИЕ

О комитете JCSS	4
Примечание переводчиков	5
Предисловие	6
ЧАСТЬ 1. ОСНОВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ	7
1. Введение	7
2. Требования	7
3. Принципы расчета конструкции по предельным состояниям	8
4. Основные принципы моделирования неопределенностей	9
5. Модели, описывающие физические процессы	10
6. Надежность	12
7. Целевая надежность	13
8. Приложение А: Требование относительно прочности конструкции	15
9. Приложение В: Долговечность	17
10. Приложение С: Принципы анализа надежности	22
11. Приложение D: Байесовская интерпретация вероятностей	37
ЧАСТЬ 2. МОДЕЛИ НАГРУЗКИ	40
2.0 Общие принципы	40
2.1 Собственный вес	51
2.2 Временная нагрузка	53
2.6 Нагрузки на паркингах	56
2.12 Снеговая нагрузка	57
2.13 Ветровая нагрузка	60
2.17 Сейсмическая нагрузка	71
2.18 Ударная нагрузка	78
2.20 Пожар	84
ЧАСТЬ 3. МОДЕЛИ СОПРОТИВЛЕНИЯ	88
3.0 Общие принципы	88
3.1 Свойства бетона	95
3.2 Статические свойства конструкционной стали (прокатные профили)	98
3.3 Статические свойства арматурной стали	100
3.4 Статические свойства напрягаемой арматуры (преднапряженного бетона)	101
3.7 Свойства грунта	105
3.9 Неопределенности моделей	124
3.10 Размеры	125
3.11 Эксцентриситеты	128

О комитете JCSS

История создания Объединённого комитета по надёжности конструкций (JCSS)

В 1971 году Комитет по взаимодействию, координирующий деятельность шести международных ассоциаций в сфере гражданского строительства, среди которых Международный комитет по железобетону (CEB), Международный совет по исследованиям и инновациям в строительстве (CIB), Международная ассоциация по железобетону (fib), Международная ассоциация по проектированию мостов, зданий и сооружений (IABSE) и Международный союз лабораторий и специалистов в области строительных материалов, систем и конструкций (RILEM), создал Объединённый комитет по надёжности конструкций (Joint Committee on Structural Safety, JCSS) с целью расширения общих знаний о надёжности конструкций и сооружений. Объединённый комитет по надёжности конструкций (JCSS) под председательством профессора Х. Ферри-Борхеса, Португалия, а позднее профессоров Дж. Шнайдера, Р. Раквица, В. Фрауенфельдера и в настоящее время – профессора М.Х. Фабера провел в общей сложности 40 заседаний. В ходе этих встреч было обсуждено более двухсот работ по надёжности конструкций и сопутствующим темам. Был подготовлен и опубликован ряд документов общего характера и широкой направленности. Эти документы обеспечили основу для подготовки руководств по проектированию и строительству различных типов сооружений, и разработке и изготовлению различных типов материалов, среди которых несколько стандартов ISO и Еврокодов, а также Модельные нормы Международного комитета по железобетону (CEB) и Европейской конвенции по несущим металлоконструкциям (ECCS).

Сфера деятельности

- Расширение общих знаний и понятий в сфере безопасности, риска, надёжности и обеспечения качества для всех типов объектов гражданского строительства и строительных конструкций, на основе состоявшихся научных принципов и с учетом методов, используемых в современной практике.
- Обеспечение эффективного и соответствующего требованиям выполнения межассоциативных исследований в области рисков и надёжности, предшествующих составлению норм.
- Достижение согласованности между предшествующими составлению норм межассоциативными исследованиями и дальнейшей деятельностью по нормализации стандартов ISO, Еврокодов и т.п.
- Обеспечение соответствующей поддержки и технического согласования для работы ассоциаций-членов Объединённого комитета.

Цель

Объединённый комитет по надёжности конструкций (JCSS) представляет собой комитет, предметом деятельности которого является изучение рисков и надёжности в сфере строительства сооружений, действующий от лица Комитета по взаимодействию, координирующего деятельность следующих международных профессиональных ассоциаций:



CIB

International Council for Research and Innovation in Building and Construction

Международный совет по исследованиям и инновациям в строительстве

Сайт: <http://www.cibworld.nl>



ECCS

European Convention for Constructional Steelwork

Европейская конвенция по несущим металлоконструкциям

Сайт: <http://www.steelconstruct.com>



fib

International Federation for Structural Concrete

Международная ассоциация по железобетону

Сайт: <http://www.fib-international.org>



IABSE

International Association for Bridge and Structural Engineering

Международная ассоциация по проектированию мостов, зданий и сооружений

Сайт: <http://www.iabse.org>



RILEM

Reunion internationale des Laboratoires et Experts des Matériaux

Международный союз лабораторий и специалистов в области строительных материалов, систем и конструкций

Сайт: <http://www.rilem.org>

Примечание переводчиков

Перевод выполнен ООО «Грачёв и Партнёры» в период с 18 июня по 30 ноября 2012 года.

Материалы для перевода в электронном виде были взяты с официального сайта Объединённого комитета по надёжности конструкций (JCSS): http://www.jcss.byg.dtu.dk/Publications/Probabilistic_Model_Code.aspx.

Электронная версия **JCSS Probabilistic Model Code: ISBN 978-3-909386-79-6**

При переводе документа «Вероятностные модельные нормы JCSS» была изменена нумерация глав в Части 3 «Модели сопротивления», а именно:

- Глава 3.* Статические свойства конструкционной стали (прокатные профили) переименована в
Глава 3.2 Статические свойства конструкционной стали (прокатные профили);
- Глава 3.2 Статические свойства арматурной стали переименована в
Глава 3.3 Статические свойства арматурной стали.

Не переведены следующие главы документа «Вероятностные модельные нормы JCSS»:

- Part 2, Chapter 2.15 Wave load (*Часть 2, Глава 2.15 Волновая нагрузка*)
<http://www.jcss.byg.dtu.dk/upload/subsites/jcss/publications/pmc/loads/waves.pdf>
- Part 3, Chapter 3.5 Timber (*Часть 3, Глава 3.5 Древесина*)
<http://www.jcss.byg.dtu.dk/upload/subsites/jcss/publications/pmc/resistance/timber.pdf>
- Part 4 – Examples (*Часть 4 – Примеры*)
<http://www.jcss.byg.dtu.dk/upload/subsites/jcss/publications/pmc/examplesmodelcode2001.pdf>

Переводчики:
Патрушева Н.А.
Сермягина Н.Б.
Слепушкин В.А.
Топорков А.С.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Данный документ представляет собой первую попытку последовательно объединить несколько (не претендуя на объединение всех) правил, норм и пояснений, необходимых при проектировании новых сооружений или оценке существующих сооружений с вероятностной точки зрения. Безусловно данный документ также применим при вспомогательных расчетах для норм, не относящихся к вероятностным.

С вероятностной точки зрения проектирование новых сооружений или признание существующих сооружений достаточно безопасными является результатом процесса принятия решений, регулируемого рядом критериев оптимальности. Данный процесс обеспечивает логичную и последовательную связь требований и ожиданий заказчика или владельца сооружения с ожидаемыми нагрузками и воздействиями, свойствами материалов, которые следует использовать или которые были использованы в предлагаемом или существующем сооружении, моделями расчетов, ожидаемой или наблюдаемой на строительной площадке степени качества выполнения работ, поведением пользователей и, наконец, в идеальном случае, с тем, как сооружение будет восприниматься обществом в отношении его воздействия на окружающую среду и в отношении устойчивого развития.

Настоящий документ имеет следующие три основные цели. Во-первых, данный документ представляет собой попытку группы людей, заинтересованных в таком подходе, выяснить, могут ли в данный момент времени быть решены основные задачи по разработке такого документа. Во-вторых, он предназначен для того, чтобы донести текст до инженеров-строителей, готовых применять новые подходы в своей работе. В-третьих, Объединённый комитет по надёжности конструкций (JCSS) убежден, что такой документ позволит стимулировать разработку вероятностных норм, которые будут охватывать все аспекты области проектирования конструкций.

Существуют приверженцы традиционных норм, не относящихся к вероятностным, заявляющие, что нехватка данных не позволяет в полной мере использовать вероятностные методы. В утверждении, что данных часто недостаточно, есть большая доля правды. Однако это касается обоих подходов. Мы вынуждены признать: поскольку данных часто не хватает при одном из двух подходов, тогда то, что остается, в сущности является вероятностным. Важно в этом случае определить значение термина «вероятность». В настоящем документе «вероятность» необязательно рассматривается как «относительная частота появления события». Настолько прямолинейная интерпретация возможна при игре в кости и карточных играх, но не при проектировании конструкций, где неопределенности должны быть смоделированы с помощью сложных вероятностных моделей, находящихся в сложном взаимодействии между собой. Здесь вероятности рассматриваются в свете байесовского принципа, выражающего степень доверия по отношению к различным неопределенностям и подходящего для процессов принятия решений. В лучшем случае, вероятности могут быть интерпретированы как «показатели наилучшей оценки» относительной частоты, иногда ошибочные с одной стороны, иногда с другой, при степени отклонения от реальности, представляющей собой прямую функцию изученности данных. Более подробная информация по данной теме дана в Приложении X, Часть 1 «Основы проектирования».

Текущая версия документа «Вероятностные модельные нормы JCSS» доступна на сайте www.jcss.ethz.ch. Предполагается, что настоящий документ будет регулярно дорабатываться и дополняться в последующие годы. Для получения наиболее удачных и эффективных исправлений и дополнений мы приглашаем всех пользователей отправлять свои вопросы, комментарии и предложения на наш сайт www.jcss.ethz.ch. Состав Объединённого комитета по надёжности конструкций (JCSS) надеется, что настоящий документ – наиболее поздняя работа, проведенная до составления норм с момента создания комитета в 1972 году – найдет свое применение в практической работе инженеров-строителей.

Корреспондент Объединённого комитета
по надёжности конструкций (JCSS)
Майкл Фейбер

Президент Объединённого комитета
по надёжности конструкций (JCSS)
Тон Фрувенфельдер

Март, 2001 год

ЧАСТЬ 1. ОСНОВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящей части рассматриваются общие принципы вероятностных методов расчета несущих конструкций. Более подробные вопросы вероятностного описания нагрузки представлены в части 2. Вероятностное описание параметров, характеризующих несущую способность конструкции, содержится в Части 3.

В настоящей главе не содержится подробного описания методов расчета вероятностей. Предполагается, что специалист, использующий вероятностные нормы, с подобными методами уже знаком. Приложение D включает в себя главу об интерпретациях вероятностей.

2. ТРЕБОВАНИЯ

2.1 Основные требования

Сооружения и конструктивные элементы проектируются, возводятся и обслуживаются таким образом, что могут использоваться в течение всего своего расчетного срока эксплуатации и быть эффективными с экономической точки зрения.

В частности, они должны, обладая соответствующей степенью надежности, отвечать следующим требованиям:

- Сохранять пригодность к эксплуатации для выполнения назначенной функции (требование, связанное с предельным состоянием эксплуатационной пригодности);
- Выдерживать чрезмерные или часто повторяющиеся нагрузки, которые могут быть приложены в процессе возведения и предполагаемой эксплуатации сооружения (требование, связанное с критическим предельным состоянием);
- Сохранять конструктивную целостность при возникновении случайных событий, таких, например, как пожар, взрывы, последствий от ошибок, сделанных людьми, в степени, непропорциональной по отношению к инициирующему событию (требование относительно прочности конструкции, см. Приложение А).

2.2 Дифференциация надежности

Выражение «обладая соответствующей степенью надежности», использованное выше, означает, что должна быть выбрана та степень надежности, которая соответствует назначению и типу здания или конструктивного элемента и рассматриваемой в ходе проектирования ситуации, и т.д.

При выборе той или иной степени надежности следует учитывать возможные последствия разрушения, связанные с риском для жизни и здоровья, потенциальную возможность экономического ущерба, и уровень создаваемых социальных неудобств (алгоритм учета последствий описан в Главе 8). Следует также учитывать уровень затрат и усилий, требующихся для снижения риска разрушения. Ниже отмечено, что термин «разрушение» в настоящем документе используется для описания либо недостаточной прочности либо недостаточной эксплуатационной пригодности конструкции.

Последствия разрушения главным образом зависят от вида разрушения, особенно в случаях, связанных с риском для жизни или здоровья человека.

Для создания сооружения, соответствующего требованиям, и в конструкции которого также учитываются допущения, сделанные в ходе проектирования, следует предпринять соответствующие меры по обеспечению надлежащего качества выполняемого процесса. Эти меры включают в себя формулирование требований в отношении надежности, организационные вопросы, и процедуры проверки на этапах проектирования, возведения, эксплуатации и обслуживания здания.

2.3 Требования в отношении долговечности конструкции

Долговечность конструкции, находящейся в предполагаемых условиях использования, должна сохранять пригодность к эксплуатации в течение ее расчетного срока эксплуатации. Это требование может быть выполнено при помощи одного из следующих методов:

- а) Использования материалов, которые в условиях надлежащей эксплуатации не деградируют в течение расчетного срока эксплуатации конструкции.
- б) Использования таких размеров, при которых деградация компенсируется в течение расчетного срока эксплуатации конструкции.
- в) Назначения более короткого срока службы элементов конструкции, которые могут быть заменены один или более раз в течение расчетного срока службы.
- г) Проведения проверок через определенные промежутки времени или через промежутки времени, определяемые в зависимости от текущего состояния конструкции, и принятия надлежащих мер по обслуживанию конструкции.

Требования в отношении надежности для длительных и коротких промежутков времени должны удовлетворяться в любом случае. Вопросы анализа долговечности конструкции рассматриваются в Приложении В.

3. ПРИНЦИПЫ РАСЧЕТА КОНСТРУКЦИИ ПО ПРЕДЕЛЬНЫМ СОСТОЯНИЯМ

3.1 Пределные и нежелательные состояния конструкции

Работу всей конструкции или ее части следует описывать с упоминанием определенного набора предельных состояний, которые характеризуют различие между желаемыми и нежелательными состояниями конструкции.

Пределные состояния делятся на две основные категории:

- критические предельные состояния, с которыми связана максимальная несущая способность и максимальная деформируемость конструкции;
- предельные состояния эксплуатационной пригодности, относящиеся к периоду нормальной эксплуатации конструкции.

Превышение предельного состояния может быть обратимым или необратимым изменением. В случае необратимости этого изменения повреждение или нарушение работы, связанное с превышением предельного состояния, будет сохраняться до момента, когда конструкция будет полностью отремонтирована. В случае, когда имеет место обратимое изменение, повреждение или нарушение работы сохраняется до тех пор, пока действует причина превышения предельного состояния. Как только эта причина прекращает свое воздействие, происходит переход от нежелательного состояния конструкции в желаемое.

Далее отмечается, что в некоторых случаях может быть определено предельное значение параметров для упомянутых выше типов предельного состояния. Это может быть выполнено при помощи искусственной дискретизации непрерывного процесса, происходящего в условиях критических предельных состояний и предельных состояний эксплуатационной пригодности. При помощи такой процедуры могут быть определены параметры так называемого «предельного состояния частичного разрушения». Например, в случае повреждения заводских сооружений при землетрясении и возникновении такого предельного состояния завод следует закрыть в целях безопасности.

Критические предельные состояния могут соответствовать следующим нежелательным состояниям:

- потеря равновесия конструкции или ее части, рассматриваемой как упругое тело (т.е. опрокидывание);
- достижение максимальной несущей способности сечений, элементов или соединений при разрыве или чрезмерных деформациях;
- разрыв элементов или соединений вследствие усталости или из-за воздействия другой обусловленной временным фактором нестабильности конструкции или ее части;
- внезапное изменение исходной конструктивной системы (т.е. потеря устойчивости);

Изменение, связанное с превышением критического предельного состояния практически всегда необратимо, и при первом же возникновении такой ситуации происходит разрушение конструкции.

Пределные состояния эксплуатационной пригодности могут представлять собой следующие нежелательные состояния:

- локальное повреждение (включая трещины), которое может привести к снижению степени долговечности конструкции, или повлиять на эффективность работы или внешний вид несущих или несущих элементов конструкции;
- видимое повреждение по причине усталости или вследствие других обусловленных временным фактором воздействий;
- неприемлемые деформации, которые влияют на эффективность работы или внешний вид несущих или несущих элементов конструкции или работу оборудования.
- чрезмерные вибрации конструкции, из-за которой люди испытывают дискомфорт, или которая влияет на несущие элементы конструкции или работу оборудования.

В случаях неустраняемых локальных повреждений или возникновения неустраняемых неприемлемых деформаций изменение, связанное с превышением предельного состояния эксплуатационной пригодности, является необратимым, и при первом же возникновении такой ситуации происходит разрушение конструкции.

В других случаях изменение, связанное с превышением предельного состояния эксплуатационной пригодности, может быть обратимо, и разрушение конструкции происходит в следующих случаях:

- а) в первый же раз, когда предельное состояние эксплуатационной пригодности превышает, если превышение не считается приемлемым;
- б) если превышение приемлемо, но продолжительность периода времени, когда конструкция находится в нежелательном состоянии, превышает назначенный;
- в) если превышение приемлемо, но число раз, когда превышает предельное состояние эксплуатационной пригодности, превышает расчетное;
- г) если действует сочетание перечисленных выше критериев.

Эти причины могут включать в себя локальное повреждение (т.е. временные широкие трещины), временные большие деформации и вибрации. Пределные значения предельного состояния эксплуатационной пригодности должны определяться, исходя из соображений утилитарности.

3.2 Функция предельного состояния

Для каждого предельного состояния должны быть определены соответствующие переменные, т.е. переменные, которые характеризуют следующее:

- воздействия и влияния окружающей среды;
- свойства материалов и грунта;

- геометрические параметры.

Эти переменные могут быть зависимыми от времени. Для каждого предельного состояния должны быть определены модели, описывающие поведение конструкции. Эти модели включают в себя механические модели, характеризующие поведение конструкции, а также физические и химические модели, которые описывают влияние окружающей среды на свойства материалов. Параметры таких моделей должны, в принципе, рассматриваться таким же образом, как и основные переменные.

Постоянные, описывающие эксплуатационную пригодность конструкции (предельные значения согласно п. 4.1), должны, в принципе, считаться случайными величинами, и могут во многих случаях рассматриваться таким же образом, как основные переменные.

В случаях, когда имеются модели, предельное состояние может описываться при помощи функции g , основных переменных $X(t) = X_1(t), X_2(t), \dots$ таким образом, что

$$g(X(t)) = 0 \quad (1)$$

Уравнение (1) называется уравнением предельного состояния, и при помощи уравнения (2)

$$g(X(t)) < 0 \quad (2)$$

определяется нежелательное состояние конструкции.

При выполнении анализа отдельного компонента, в котором рассматривается один вид разрушения, условие предельного состояния может, как правило, быть описано при помощи одного уравнения, в соответствии с уравнением (1). Для проведения анализа всей конструктивной системы, в которой несколько видов разрушения могут иметь определяющее значение, существуют несколько таких уравнений.

3.3 Расчетные ситуации

Различные воздействия, влияние окружающей среды и характеристики элементов конструкции могут со временем изменяться. Подобные изменения, происходящие в течение всего срока службы здания, должны рассматриваться в качестве отдельных расчетных ситуаций, каждая из которых является характерной для определенного промежутка времени, которому присуще возникновение определенных опасностей, условий и соответствующих предельных состояний конструкции.

Расчетные ситуации могут подразделяться на следующие категории:

Постоянные расчетные ситуации, которые относятся к условиям нормальной эксплуатации, и, как правило, реализуются в течение расчетного срока эксплуатации здания.

Переходные расчетные ситуации, которые относятся к временным условиям эксплуатации или оказываемого на нее воздействия.

Аварийные расчетные ситуации, которые реализуются при возникновении чрезвычайных условий, или оказываемых на конструкцию воздействий.

4. ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЕЙ

4.1 Основные переменные

Вычислительная модель для каждого рассматриваемого вида предельного состояния должна включать в себя набор основных переменных, т.е. физических величин, которые характеризуют различные воздействия и влияния окружающей среды, свойства материалов и почвы, а также геометрические величины. Модель должна также включать в себя параметры, характеризующие саму модель, и которые рассматриваются в качестве основных переменных (сравните с п. 4.2). И, наконец, параметры, описывающие требования (например, ограничения, связанные с эксплуатационной пригодностью), которые могут использоваться в качестве основных переменных. Предполагается, что основные переменные (перечисленные выше) включают в себя полный объем исходной информации для вычислительной модели.

Основные переменные могут быть случайными переменными (включая частный случай детерминированных переменных), описывать стохастические процессы или случайные поля. Каждая из основных переменных определяется рядом параметров, таких, как среднее значение, стандартное отклонение, параметры, описывающие структуру корреляций, и т.д.

4.2 Виды неопределенностей

Неопределенности, описанные во всех основных документах, должны быть проанализированы и интегрированы в модель, описывающую основные переменные. Виды неопределенностей, которые следует учитывать:

- внутренняя физическая или механическая неопределенность;
- статистическая неопределенность, когда проектные решения основаны на малой выборке наблюдений, или в подобных же условиях;
- неопределенности моделей (см. п. 3.5).

Для данного класса задач, связанных с расчетом конструкции, должны быть стандартизированы виды распределений вероятности для основных переменных. Процедуры стандартизации описаны в Частях 2 и 3 документа «Вероятностные модельные нормы JCSS».

4.3 Определение совокупностей

Случайные величины при анализе надежности всегда должны быть связаны с поддающимся интерпретации последовательным набором совокупностей. Характеристики этих случайных величин должны соответ-

вывать этому набору, и полученная величина вероятности разрушения конструкции действительна только для этого же набора совокупностей.

Основой для формирования совокупности в большинстве случаев являются физические закономерности, описывающие данную переменную. Определять совокупность могут следующие факторы:

- физическая природа и источник происхождения случайной величины;
- пространственные условия (например, рассматриваемое географическое положение);
- относящиеся к рассматриваемому интервалу времени условия (например, рассматриваемый предполагаемый срок эксплуатации конструкции).

Выбор совокупности в некоторой степени является свободным выбором проектировщика. Выбор может зависеть от цели проводимого анализа, количества и характера имеющихся данных и объема работы, который может быть реально выполнен.

Для теоретической обработки данных и интерпретации наблюдений, как правило, удобным методом является деление совокупности большого объема на субсовокупности, которые, в свою очередь, далее делятся на субсовокупности меньшего объема, и т.д. После этого можно провести исследование и установить дисперсию внутри совокупности и между различными совокупностями.

Для анализа отдельно взятой конструкции, а именно ее эксплуатации, формы и расположения может быть эффективным использование совокупности наименьшего объема (микрозонирование). Когда результаты используются для описания проектирования в национальных или международных нормах, может быть удобно или необходимо вновь соединить все субсовокупности в одну большую по объему совокупность для того, чтобы избежать введения слишком сложных правил (рандомизация). Это означает, что дисперсия внутри совокупности увеличится.

4.4 Иерархия моделей неопределенности

В настоящем разделе представлено рекомендуемое к использованию и удобное общее описание иерархической модели, которая может быть использована при анализе различных воздействий и рассмотрении материалов. Модель должна включать в себя насколько возможно более точное описание каждой отдельно взятой переменной. Модель связана с иерархическим набором субсовокупностей.

Иерархическая модель предполагает, что случайная величина X может быть записана в виде функции нескольких переменных, каждая из которых характеризует определенных тип дисперсии:

$$X_{ijk} = f(Y_i, Y_{ij}, Y_{ijk}) \quad (3)$$

Значения Y представляют собой различные исходные данные, временной или пространственный масштаб отклонений.

Например, величина Y_i может описывать разброс данных, характеризующих разные здания, Y_{ij} – разброс данных, характеризующих разные перекрытия в пределах одного здания, а Y_{ijk} – разброс показателей в разных точках одного и того же перекрытия j в здании i .

Аналогичным образом, величина Y_i может показывать коэффициент временной дисперсии, Y_{ij} – дисперсию медленных временных колебаний процесса, и Y_{ijk} – дисперсию быстрых временных колебаний процесса.

5. МОДЕЛИ, ОПИСЫВАЮЩИЕ ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ

5.1 Общие положения

Вычислительные модели должны описывать конструкцию и ее работу в течение времени до наступления рассматриваемого предельного состояния, и описывать соответствующие воздействия и влияния окружающей среды. Модели следует считать некоторыми упрощенными формами, в которых учитываются решающие моменты, а менее важные не рассматриваются.

Модели зачастую подразделяют на следующие категории:

- модели воздействий на конструкцию;
- модели поведения конструкции, которые учитывают эффекты воздействий (воздействия внутренних сил, моменты, и т.д.);
- модели несущей способности, описывающие несущую способность в зависимости от эффектов воздействий;
- модели свойств и структуры материалов и геометрические модели.

Однако, в некоторых случаях неудобно или невозможно провести такое различие между моделями, например, если рассматривается неустойчивость или потеря равновесия всей конструктивной системы или зависимость работы конструкции от нагрузок.

5.2 Модели воздействий на конструкции

Законченная модель воздействий, оказываемых на конструкцию, должна описывать некоторые параметры воздействия, такие, как величина, место приложения усилия, направление, продолжительность воздействия, и т.д. В некоторых случаях имеют место взаимодействия различных параметров, а также этих параметров и работы конструкции. Такие взаимодействия должны обязательно учитываться.

Величина воздействия F может зачастую быть описана двумя разными типами переменных, таким образом, чтобы

$$F = \varphi(F_o, W) \quad (4)$$

где φ – это соответствующая функция и

F_o – это основная переменная, описывающая воздействия, зачастую имеющие случайно или неслучайно распределенные во времени и пространстве вариации, которая, как правило, не зависит от конструкции.

W представляет собой случайно распределенную или упорядоченную переменную или случайное поле, которая может зависеть от конструктивных свойств и которая преобразует F_o в F .

Уравнение (4) следует рассматривать как символическое выражение, в котором F_o и W могут быть выражены несколькими переменными.

Одним из примеров может служить снеговая нагрузка, и в этом случае F_o – это снеговая нагрузка на поверхность грунта, зависящая от времени, а W – это коэффициент преобразования снеговой нагрузки на поверхность грунта в снеговую нагрузку на крышу, который, как правило, считают зависящим от времени.

Более подробная информация о моделях воздействий на конструкцию представлена в части 2. Отмечается, что модели воздействий на конструкцию могут включать в себя описание свойств материалов (степень воздействия землетрясения, например, зависит от демпфирования материалов конструкции).

5.3 Геометрические модели

Конструкция, как правило, может быть описана при помощи модели, состоящей из линейных элементов (балок, колонн, витых колонн, арок и т.д.), двумерных элементов (плит, стен, обшивки и т.д.) и трехмерных элементов.

Геометрические величины, включенные в модель, как правило, относятся к номинальным величинам, т.е. величинам, представленным на рисунках, в описаниях и т.д. Как правило, геометрические величины, описывающие реально существующую конструкцию, отличаются от номинальных значений, т.е. конструкция имеет геометрические дефекты. Если присутствие таких дефектов влияет на работу конструкции, это должно быть учтено в модели.

Во многих случаях деформация конструкции вызывает значительные отклонения от номинальных значений геометрических величин. Если эти деформации влияют на работу конструкции, то их следует рассматривать при расчете конструкции в основном таким же образом, как дефекты. Влияние таких деформаций, как правило, отмечают как геометрически нелинейное, или как эффект второго порядка, и оно должно обязательно учитываться.

5.4 Модели свойств и структуры материалов

При рассмотрении прочности и деформативности конструкции модель свойств и структуры материалов, как правило, описывает взаимосвязи между усилиями или напряжениями и деформациями, т.е. определяющие соотношения. Входящими в эти соотношения показателями являются модуль упругости, условный предел текучести, предел прочности и т.д., которые, как правило, рассматриваются как случайные переменные. Иногда они характеризуются временной или пространственной зависимостью. Зачастую имеет место корреляция параметров, например, в случае модуля упругости и предельной прочности бетона.

Другие свойства материалов, например, сопротивление материала разрушению, могут зачастую рассматриваться аналогичным образом. Однако, выбор способа оценки сильно зависит от типа и свойств рассматриваемого материала.

Более подробная информация о моделях, рассматривающих несколько различных типов материалов, представлена в Части 3.

5.5 Механические модели, характеризующие поведение конструкции

Механические модели можно разделить на следующие категории:

- а) модели, описывающие поведение конструкции при статической нагрузке;
- б) модели, описывающие динамическое поведение конструкции;
- в) модели, описывающие усталостное поведение конструкции;

а) модели, описывающие поведение конструкции при статической нагрузке;

При выполнении практически всех проектных расчетов необходимо делать некоторые предположения о связи между усилиями или моментами силы и величиной деформации (скоростью деформации). Эти предположения могут варьироваться, и зависеть от цели и типа выполняемого расчета. Наиболее общим соотношением, описывающим поведение конструкции, считается упругое, становящееся пластичным поведение некоторых частей конструкции при сильных воздействиях. В других частях конструкции имеют место промежуточные состояния. Такие соотношения могут быть использованы в общем смысле. Однако, при использовании любой теории, в которой учитывается неупругое поведение или поведение в закритической области, возможно, необходимо также учитывать повторение изменяющихся действий, которые являются свободными. Такие действия могут служить причиной существенных вариаций эффектов воздействия, повторяющейся пластической деформации и снижению деформационной способности.

Теорию упругости можно рассматривать в качестве упрощенного варианта более общей теории, и использовать при условии, что величины, описывающие усилия и моменты силы, ограничены до значений, при которых поведение конструкции все еще считается упругим. Однако, теория упругости может также использоваться в других случаях, если она применяется в качестве консервативного приближения.

Теории, в которых предполагается, что полностью сформировавшаяся пластичность на определенных участках конструкции (пластические шарниры в балках, площадки текучести в плитах, и т.д.) могут также использоваться при условии, что деформации, необходимые для получения пластичного поведения, происходят до наступления критического предельного состояния. Таким образом, теория упругости должна использоваться с осторожностью для определения грузоподъемности конструкции, если она ограничена следующими факторами:

- хрупким разрушением;
- разрушением вследствие неустойчивости.

б) модели, описывающие динамическое поведение конструкции

В большинстве случаев динамическое поведение конструкции обусловлено быстрым изменением величины, места и направления оказываемого воздействия. Однако, внезапное изменение жесткости или несущей способности конструктивного элемента может также являться причиной динамического поведения конструкции.

Модели динамического поведения конструкции, как правило, включают в себя следующее:

- модель жесткости;
- модель демпфирования;
- модель по моментам инерции.

в) модели, описывающие усталостное поведение конструкции;

Модели, описывающие усталостное поведение конструкции, используются для описания усталостного разрушения вследствие колебаний воздействий. Различают два вида моделей:

- а) S-N модели, основанные на результатах экспериментов;
- б) модели механики разрушения.

Далее в документе отмечается, что другие типы разрушения, такие, как разрушение вследствие химического воздействия или пожара, могут изменять исходные параметры, которые вводятся в упомянутые модели, или сами модели.

5.6 Неопределенность моделей

Вычислительная модель представляет собой основанную на физических закономерностях или полученную эмпирически математическую формулу, связывающую соответствующие переменные, которые в общем виде представляют собой случайные величины:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (5)$$

Y = результат моделирования;

$f()$ = математическое описание модели;

X_i = основные переменные.

Модель $f(\dots)$ может быть полной и точной только в том случае, если значения X_i становятся известными в результате проведения конкретного эксперимента (как результат выполненных измерений), тогда результирующее значение Y может быть определено без какой-либо погрешности. Однако, это не всегда возможно. В большинстве случаев модель является неполной и неточной. Это может быть результатом недостатка данных или преднамеренного упрощения модели для удобства проектировщика. Следующее уравнение показывает различие между результатами моделирования и результатами реального эксперимента:

$$Y = f(X_1 \dots X_n, \theta_1 \dots \theta_m) \quad (6)$$

Величины θ_i относятся к параметрам, содержащим в себе неопределенности модели, и рассматриваются как случайные переменные. Их статистические характеристики в большинстве случаев могут быть получены в результате экспериментов и наблюдений. Усредненные значения этих параметров должны быть определены таким образом, чтобы вычислительная модель, в среднем, правильно показывала результаты испытаний.

6. НАДЕЖНОСТЬ

6.1 Критерии надежности

Стандартным критерием надежности может быть, например, суммарный индекс надежности. Он определяется следующим образом:

$$\beta = -\Phi^{-1}(P_f) \quad (7)$$

где

P_f - вероятность разрушения;

$-\Phi^{-1}(\cdot)$ - обратное Гауссовское распределение.

Другим эквивалентным критерием надежности является вероятность возникновения дополнительного неблагоприятного события.

$$P_s = 1 - P_f \quad (8)$$

Вероятность P_f следует рассчитывать на основе стандартного распределения совместного типа и стандартизированных для данного типа формулах, в которых учитывается как неопределенность модели, так и статистическая неопределенность.

В особых ситуациях, для оценки надежности могут использоваться распределения, отличающиеся от стандартного. В подобных случаях предположения о характере распределения должны проверяться при помощи соответствующего набора данных, собранных в ходе наблюдений.

В приложении С описаны методы оценки надежности, включая задачи обеспечения надежности для конкретного промежутка времени.

6.2 Надежность элементов и надежность системы

Надежность элементов – это надежность одного отдельно взятого конструктивного элемента, для которого характерен один преобладающий тип разрушения.

Надежность системы – это надежность конструктивной системы, состоящей из ряда элементов, или надежность одного отдельно взятого элемента, для которого характерны несколько типов разрушения, практически равноценных по значимости. Могут быть выделены следующие виды систем:

- Статистически неопределимые системы, работа элементов которых является «безотказной», т.е. работа одного элемента на отдельном участке конструкции не приводит непосредственно к разрушению конструкции;
- Статистически определимые системы, в которых локальное разрушение одного элемента быстро приводит к разрушению всей конструкции.

Вероятностный расчет конструкции связан в первую очередь с характеристиками элементов этой конструкции. Работа системы в целом, однако, тоже учитывается, поскольку она является наиболее серьезным последствием разрушения конструкции. Поэтому, следует проанализировать вероятность разрушения системы в результате первоначального разрушения элемента. В особенности, необходимо определить уровень стойкости системы к повреждениям или ее прочность в аварийных условиях. Требования к надежности элементов системы должны определяться, исходя из характеристик системы.

Поэтому, должна выполняться вероятностная оценка системы для определения следующих факторов:

- статистической неопределимости (альтернативные пути передачи нагрузки);
- состояния и сложности конструкции (разрушение при многократном отказе элементов).

В приложении С представлено более подробное описание аспектов надежности системы.

6.3 Методы оценки надежности и вычислений

Численное значение критерия надежности можно получить при помощи метода оценки надежности и вычислений (см. Приложение А). Используемый метод оценки надежности должен включать в себя анализ чувствительности с учетом коэффициентов значимости неопределенных параметров. Выбор метода должен быть обоснован. Основанием может служить, например, другой, подходящий для той же цели, метод вычислений или ссылка на соответствующие документы.

Из-за сложности вычислений, как правило, используется метод, при помощи которого можно получить приближенную оценку точного результата. Двумя главными требованиями в отношении точности являются:

- Завышенное значение надежности по причине использования приближенного метода вычисления должно оставаться в общепринятых для определенного типа конструкции пределах.
- Завышенное значение индекса надежности не должно превышать 5% расчетного уровня.

Правильность метода расчета надежности в значительной степени зависит от конструктивных размеров и свойств материалов итогового проекта.

7. ЦЕЛЕВАЯ НАДЕЖНОСТЬ

7.1 Общие аспекты

В соответствии с методом, основанным на оценке надежности, критерии приемлемого риска разрушения конструкции относятся к минимальному требуемому уровню надежности, называемому в настоящем документе целевым. Поэтому, требования к безопасности конструкции описаны, исходя из минимально допустимого значения индекса надежности или максимально допустимой вероятности разрушения.

При выполнении рационального анализа целевой уровень надежности рассматривается как контрольный параметр, подлежащий оптимизации. Этот параметр указывает на то, что материал, размещенный на определенных участках конструкции, вносит определенный вклад в ее свойства. Чем больше материала размещено в подходящих местах, тем ниже уровень ожидаемого ущерба. Подобная оптимизация становится возможной, когда составляющие экономического ущерба доминируют над жизненными и культурными составляющими, а также составляющими здоровья. В случаях, когда важную роль играет прогноз, связанный с гибелью или травмированием людей, вопрос о том, какой уровень надежности является оптимальным, становится более спорным. Чаще всего это приводит к вопросу экономического эквивалента жизни человека. Для того чтобы избежать подобных сопоставлений выполняется анализ соотношения между риском и выгодами, и надежность системы рассчитывается по принципу стоимости спасения жизни. Далее целевой уровень надежности может

быть задан таким образом, чтобы стоимость спасения жизни находилась на приемлемом уровне (например, по сравнению с другими подобными системами).

На практике, определение требуемого уровня надежности конструкции зависит от следующих факторов:

i) набора предположений о мерах обеспечения качества и менеджмента качества; эти меры, например, связаны с контролем процесса проектирования и строительства, и предназначены для исключения вероятности появления грубых ошибок.

ii) формальных требований, связанных с вероятностью разрушения конструкции, которые зависят от упомянутых выше предположений, и предназначенных для конкретных целевых значений для конструкций и конструктивных элементов различных категорий.

7.2 Рекомендации

Целевые значения индекса надежности представлены в следующих ниже разделах. Они получены в ходе процедур оптимизации и на основании допущения о том, что практически для всех мер инженерно-технического обеспечения единственной разумной стратегией восстановления зданий является систематическая реконструкция или ремонт.

7.2.1. Критические предельные состояния

Целевые значения индекса надежности для критических предельных состояний представлены в таблице 1. Эти значения получены в ходе выполнения технико-экономического анализа для всеобщего применения на примере типовых, но простых конструкций, и сопоставлены с калибровочными данными и статистическими наблюдениями.

Таблица 1. Предполагаемые целевые значения индекса надежности β (и соответствующие целевые значения скорости разрушения) для базового периода времени 1 год и критических предельных состояний

1	2	3	4
Сравнительная стоимость мер безопасности	Незначительные последствия разрушения	Средние последствия разрушения	Значительные последствия разрушения
Большая (А)	$\beta = 3,1$ ($p_F \approx 10^{-3}$)	$\beta = 3,3$ ($p_F \approx 5 \cdot 10^{-4}$)	$\beta = 3,7$ ($p_F \approx 10^{-4}$)
Средняя (В)	$\beta = 3,7$ ($p_F \approx 10^{-4}$)	$\beta = 4,2$ ($p_F \approx 10^{-5}$)	$\beta = 4,4$ ($p_F \approx 5 \cdot 10^{-6}$)
Малая (С)	$\beta = 4,2$ ($p_F \approx 10^{-5}$)	$\beta = 4,4$ ($p_F \approx 5 \cdot 10^{-6}$)	$\beta = 4,7$ ($p_F \approx 10^{-6}$)

Выделенное серым цветом значение в таблице должно рассматриваться в качестве характерного значения для наиболее часто встречающейся расчетной ситуации. Правильному выбору нужных значений в таблице могут помочь следующие рекомендации:

❖ Классы последствий

Классификация последствий основана на соотношении ρ , которое определяется как соотношение между общей стоимостью (т.е. стоимостью строительства и издержками вследствие разрушения) и затратами на строительство.

Класс 1. Незначительные последствия: ρ составляет приблизительно менее 2.

В случае разрушения риск для жизни минимален или не принимается в расчет и экономические последствия незначительны или не принимаются в расчет (например, сельскохозяйственные конструкции, хранилища, мачты и опоры).

Класс 2. Средние последствия разрушения: ρ между 2 и 5.

В случае разрушения риск для жизни умеренный, или экономические последствия существенные (например, офисные, промышленные и жилые здания).

Класс 3. Значительные последствия разрушения: ρ между 5 и 10.

В случае разрушения возникает существенный риск для жизни, или имеет место опасность возникновения значительных экономических последствий (например, стратегически важные мосты, театры, больницы, высотные здания).

Если ρ больше 10, и значение абсолютной величины H также велико, последствия следует считать экстремальными, и рекомендуется выполнить полный технико-экономический анализ. Результатом может быть отказ от возведения сооружения.

Следует знать, что последствия разрушения зависят также и от типа разрушения. Различают следующие виды разрушения:

- Пластическое разрушение с запасом прочности благодаря деформационному упрочнению;
- Пластическое разрушение без запаса прочности;
- Хрупкое разрушение.

Следовательно, конструктивный элемент, которому присуща вероятность внезапного разрушения без каких-либо предупреждающих признаков, должен быть спроектирован с заведомо более высоким уровнем надежности, чем элемент, разрушению которого предшествует появление каких-либо признаков, говорящих о предстоящем разрушении, что дает возможность предпринять определенные меры во избежание возникновения тяжелых последствий.

Представленные значения относятся к конструктивной системе или с определенным приближением к преобладающему типу разрушения, или конструктивному элементу, оказывающему преобладающее влияние на

разрушение системы. Поэтому, конструкции, которым присущи множественные, равноценные по значимости типы разрушений, должны проектироваться с установлением более высокого уровня надежности.

❖ **Классификация сравнительной стоимости мер безопасности**

Нормальный класс (В) должен быть связан со следующими понятиями:

- средней дисперсией данных общей нагрузки и несущей способности ($0,1 < V < 0,3$);
- сравнительной стоимостью мер безопасности;
- нормальным расчетным сроком службы и нормальной скоростью морального износа здания, составляющими около 3% от себестоимости строительства.

Данные значения относятся к конструкциям или конструктивным элементам в их проектном варианте (а не построенным). В таблице 1 не приведены данные о разрушениях, вызванных человеческим фактором, или по незнанию, а также о разрушениях, происходящих вследствие причин, не связанных с самим сооружением.

Значения, находящиеся за пределами указанного диапазона, указывают на необходимость перехода к более низкому или высокому уровню в классификации. В частности, следующие аспекты могут заслуживать внимания:

▪ *Степень неопределенности*

При высокой степени неопределенности в значении нагрузки или несущей способности (коэффициент вариации более 40%), как, например, в случае многих аварийных и сейсмических ситуаций, следует устанавливать более низкий уровень надежности. Дело в том, что при такой высокой степени неопределенности недопустимы дополнительные расходы, направленные на достижение высокого уровня надежности. В то же время, если коэффициенты вариации переменных, описывающих как воздействие сил, так и сопротивление конструкции, составляют менее 10%, как, например, для большинства случаев постоянной нагрузки и широко известной низкой вариации несущей способности, можно достичь более высокого уровня надежности при минимальных затратах, и на это следует идти.

▪ *Обеспечение качества и проведение проверок*

Обеспечение качества (для новых сооружений) и проведение проверок (существующих зданий) увеличивают затраты. Они ведут к переходу в другую, более низкую классификационную группу надежности. С другой стороны, вследствие политики по обеспечению качества и проведения проверок неопределенность, как правило, снижается, и с экономической точки зрения желательным становится переход к более высокому классу. Каких-либо общих правил по этому вопросу не существует.

▪ *Существующие сооружения*

Для существующих сооружений затраты по достижению более высокого уровня надежности, как правило, высоки, по сравнению с конструкциями, находящимися на стадии разработки. По этой причине для существующих сооружений, как правило, следует задавать более низкий целевой уровень надежности.

▪ *Срок службы и/или моральный износ*

Для конструкций с коротким расчетным сроком службы или же с быстрым моральным износом (например, менее 10 лет) величины β могут быть снижены на единицу или на пол-уровня.

Сама по себе утрата эксплуатационной пригодности не связана с потерей жизни или травмированием людей. В отношении существующих сооружений требования больше относятся к фактической ситуации, связанной с работой конструкции и ее эксплуатацией. В настоящем документе общие правила не представлены.

7.2.2. **Предельное состояние эксплуатационной пригодности**

При определении целевых значений предельного состояния эксплуатационной пригодности важно провести различие между обратимым и необратимым предельными состояниями этого типа. Целевые значения предельного состояния эксплуатационной пригодности могут быть получены методом анализа решений.

Предполагаемые целевые значения для необратимых предельных состояний эксплуатационной пригодности представлены в таблице 2. Может рассматриваться изменение расчетных значений индекса эксплуатационной пригодности, составляющее приблизительно 0,3. Для обратимых предельных состояний эксплуатационной пригодности общепринятых значений не представлено.

Таблица 2. Предполагаемые целевые значения индекса надежности (и соответствующие вероятности) для базового периода времени 1 год и необратимых предельных состояний эксплуатационной пригодности

Сравнительная стоимость мер безопасности	Целевое значение индекса (для необратимых предельных состояний эксплуатационной пригодности)
Высокая	$\beta = 1,3 (p_F \approx 10^{-1})$
Средняя	$\beta = 1,7 (p_F \approx 5 \cdot 10^{-2})$
Низкая	$\beta = 2,3 (p_F \approx 10^{-2})$

8. ПРИЛОЖЕНИЕ А: ТРЕБОВАНИЕ ОТНОСИТЕЛЬНО ПРОЧНОСТИ КОНСТРУКЦИИ

8.1 Введение

В п. 3.1 было сформулировано следующее требование относительно прочности конструкции:

«Конструкция не должна повреждаться при возникновении таких событий, как взрыв, или вследствие человеческого фактора, воздействий, вызывающих деградацию материалов, и т.д. в непропорциональной степени по отношению к мощности инициирующего события».

В настоящем приложении представлены некоторые дальнейшие рекомендации. Террористические акты и события, связанные с боевыми действиями, не рассматриваются. Главная идея заключается в том, что каким бы ни был проект сооружения, разрушительные действия достаточной мощности всегда результативны.

8.2 Конструктивные и неконструктивные меры

Для достижения надлежащего уровня безопасности при случайных нагрузках могут применяться одна или несколько следующих стратегий:

1. снижение вероятности возникновения события или снижение интенсивности силового воздействия (предотвращение);
2. уменьшение влияния на конструкцию здания (защита);
3. усиление конструкции таким образом, чтобы она могла выдерживать нагрузки;
4. ограничение объема повреждения конструкции;
5. смягчение последствий разрушения.

Стратегии 1, 2 и 5 представляют собой так называемые неконструктивные меры. Эти меры считаются очень эффективными в случае возникновения особых аварийных ситуаций.

Стратегии 3 и 4 – так называемые конструктивные меры. В целом, использование стратегии 3 в большинстве случаев является дорогостоящим. В стратегии 4, с другой стороны, предусмотрено разрушение некоторых элементов, но требуется ограничение общего объема разрушения. Это означает, что конструкция должна обладать достаточной степенью неопределенности и должна быть способна к мобилизации так называемых альтернативных путей передачи нагрузки.

В идеальных условиях использования методики проектирования моделируются все возможные сценарии развития событий при возникновении и влиянии случайного воздействия (удара, взрыва, и т.п.). Рассчитывается эффект повреждения конструктивных элементов и оценивается стабильность остальных частей конструкции. Затем выполняется анализ последствий, а именно подсчет числа жертв и экономического ущерба. Сравнение различных мер может проводиться исходя из экономических критериев.

8.3 Упрощенная методика проектирования

Метод, описанный в A2, имеет два недостатка:

- (1) он чрезвычайно сложный;
- (2) он не работает в случае возникновения непредвиденных опасностей.

В результате были разработаны другие более универсальные стратегии проектирования, как, например, классические требования в отношении достаточной пластичности и связности конструкции.

Другой метод заключается в рассмотрении ситуации, в которой конструктивный элемент (балка, колонна) при возникновении какого-либо события повреждается до такой степени, что его нормальная несущая способность практически полностью исчезает. От оставшейся части конструкции затем требуется поддержание «нормальной» нагрузки в течение некоторого сравнительно короткого периода времени (период времени ремонта T), при этом обеспечивая некоторый назначенный уровень надежности:

$$P(R < S \text{ в } T | \text{один элемент исключен}) < p_{target} \text{ (A1)}$$

Целевой уровень надежности в (A1) зависит от:

- заданного критерия безопасности для здания;
- рассматриваемого периода времени (часы, дни, месяцы);
- вероятности исключения рассматриваемого элемента (по причинам, не рассмотренным при проектировании).

Вероятность исключения рассматриваемого элемента по какой-либо причине, еще не рассмотренной при проектировании, зависит от сложности методики проектирования и типа конструкции. Проект традиционных сооружений должен, по меньшей мере, теоретически, включать в себя описание всех характерных для конструкции причин разрушения. Конечно, всегда есть возможность подумать о причинах разрушения, не рассматриваемых в проекте, но вероятность возникновения этих факторов маловероятна, и, исходя из теоретических аргументов, используемых для принятия решений, такие факторы могут не рассматриваться. Для случая нестандартных сооружений это, конечно, не является характерным.

8.4 Рекомендации

Для нестандартных сооружений, например, крупных зданий, вероятность возникновения факторов разрушения, не предусмотренных проектом, имеет значение. Если помимо прочего используются новые материалы и новые конструктивные решения, появление неожиданных факторов разрушения становится более вероятным. Это означает, что для случая нестандартных сооружений рекомендуется использование упрощенного метода.

Для традиционных сооружений существуют следующие варианты:

- (1) можно поспорить, что поскольку подробно рассмотреть все причины разрушения надлежащим образом никогда не представляется возможным, бесполезно выполнять тщательные анализы, в которых изучается влияние на систему, случайные воздействия и т.д. Это ведет к использованию упрощенного метода.

(2) можно также избегать употребления четко сформулированного требования относительно прочности конструкции (A1), насколько это возможно, посредством прямого включения в проект настолько большого количества аспектов, насколько это представляется возможным.

Учитывая все сказанное выше, кажется, что второй метод более рационален, поскольку он предлагает возможность снижения рисков наиболее выгодным с экономической точки зрения путем, например, посредством использования спринклеров (для случаев пожара), защитных преград (для случаев столкновения), политики обеспечения качества (для выявления ошибок), отверстий для сброса избыточного давления взрывной волны (для случаев со взрывами), искусственного демпфирования (на случай землетрясения), технического обслуживания (против деградации рабочих характеристик) и т.д.

9. ПРИЛОЖЕНИЕ В: ДОЛГОВЕЧНОСТЬ

9.1 Вероятностные формулировки

Нагрузки, также как свойства материалов, могут различаться по времени как стационарные и нестационарные процессы. Время также может присутствовать в функции предельного состояния в виде явного параметра. В результате вероятность обрушения конструкции также зависит от времени. Общая формулировка вероятности обрушения на период времени t может быть представлена в виде следующего уравнения:

$$P_F(t) = P[\text{минимальное значение } g(\mathbf{x}(\tau); \tau) < 0 \text{ при } 0 < \tau < t] \quad (B1)$$

$g(\cdot)$ = функция предельного состояния

$\mathbf{x}(\tau)$ = вектор основной переменной в момент времени t

t = рассматриваемый период времени

τ = время

Разрушение может произойти как вследствие наступления критического предельного состояния, так и вследствие наступления предельного состояния эксплуатационной пригодности. Необходимо помнить, что в условиях сопротивления, не приводящего к износу и независящего от времени, и в стационарных условиях нагрузки, вероятность разрушения также зависит от времени вследствие случайных колебаний нагрузки. Однако данный фактор, как правило, не рассматривается как задача долговечности.

С учетом уравнения (B1), условная скорость разрушения конструкции (также называемая функцией риска) в момент времени t может быть определена с помощью следующего уравнения:

$$r(t) = \frac{P(\text{разрушение в } [t, t + \Delta t] | \text{сохранение работоспособности до } t)}{\Delta t} = \frac{p_F(t)}{1 - P_F(t)} \quad (B2)$$

где

$$p_F(t) = \frac{dP_F(t)}{dt} \quad (B3)$$

представляет собой плотность времени разрушения. При малых значениях t , вероятность разрушения $P_F(t)$ близка к нулю, что практически приравнивает численное значение условной скорости разрушения к значению плотности. Для задач долговечности условная скорость разрушения конструкции, как правило, возрастает с течением времени. Пределы надежности, изложенные в разделе 7, могут быть сопоставлены с уравнениями (B2) или (B3), в зависимости от того, какое из них подходит.

В случае если разрушение элемента конструкции автоматически приводит к его замене таким же элементом, при другом подходе может использоваться плотность восстановления h , которая определяется следующим образом:

$$h(t) = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} P(\text{разрушение элемента под номером } n \text{ в } [t, t + \Delta t])}{\Delta t} \quad (B4)$$

При малых значениях t , результат будет равным для обоих уравнений (B2) и (B3). При больших значениях t , значение h будет асимптотически приводить к $1/\mu$, где μ представляет собой среднее время до разрушения, определяемое следующим образом:

$$\mu = \int_0^{\infty} t p_F(t) dt = \int_0^{\infty} (1 - P_F(t)) dt \quad (B5)$$

Методика расчета $P_F(t)$ зависит от характера функции предельного состояния $g(\cdot)$. В случае если $g(\cdot)$ является плавной монотонно убывающей функцией, не зависящей явно от случайных регулируемых переменных, минимальное значение достигается в конце периода, и мы просто получаем:

$$P_F(t) = P[g(\mathbf{x}; t) < 0] \quad (B6)$$

В случае если $g(\cdot)$ зависит от переменных случайных процессов и, следовательно, не является монотонно убывающей функцией, мы имеем задачу о первом достижении. В таком случае может быть использовано следующее приближение верхнего предела:

$$P_F(t) = P_F(0) + \int_0^t v^-(\tau) d\tau \quad (B7)$$

где $P_F(0)$ – разрушение на начальном этапе, а v^- – частота случайного пересечения или безусловная частота разрушения, определяемая следующим уравнением:

$$v^-(\tau) = \frac{P[g(\tau) > 0 \cap g(\tau + \Delta\tau) < 0]}{\Delta\tau} \quad (B8)$$

В целом, функция предельного состояния $g(\cdot)$ может быть довольно сложной вследствие совокупного воздействия физических, химических и механических процессов. Возьмем для примера процессы разрушения бетона вследствие карбонизации и/или проникновения в него хлорида. Через некоторое время границы карбонизации или повреждения хлоридом могут достигнуть арматуры. В результате может начаться процесс коррозии, который может привести к отслаиванию бетона, а в последствии даже к обрушению при воздействии значительных механических нагрузок (см. рис. B1). Воздействие могут оказывать множество параметров, таких как внешний климат, свойства защитного слоя бетона, диффузионные характеристики, скорость распространения коррозии и т.д.

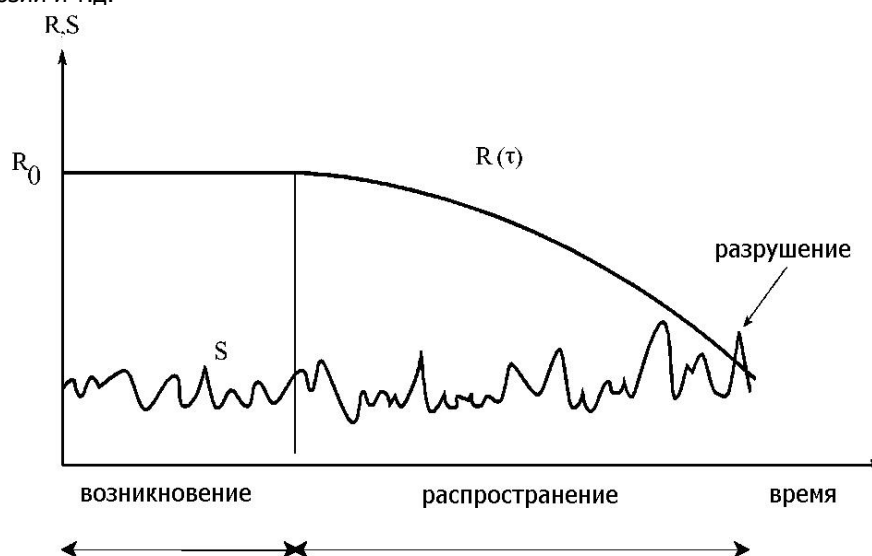


Рис. B1: Разрушение вследствие совокупного воздействия физических и химических процессов при переменных механических нагрузках

9.2 Моделирование процессов разрушения

В данном приложении мы ограничим обсуждение до узкого круга сравнительно простых процессов накопления повреждений, которые могут быть описаны с помощью следующего дифференциального уравнения:

$$\frac{dy}{dt} = y^k h(z) \quad (B9)$$

где

$y(t)$ = показатель повреждения

$z(t)$ = случайный процесс нарушений

$h(\cdot)$ = положительно определенная функция z

k = параметр, определяющий природу процесса

Исходя из уравнения B(9), мы можем заключить:

$$\int_{y(0)}^{y(t)} y^{-k} dy = \int_0^t h(z(\tau)) d\tau \quad (B10)$$

Определение $\Psi(y)$ как интегральной функции y^{-k} и $\chi(t)$ в качестве интеграла правой части уравнения (B10) может быть записано следующим образом:

$$\Psi(y(t)) - \Psi(y(0)) = \chi(t)$$

В случае если $z(t)$ является стационарным и эргодическим, $\chi(t)$ может асимптотически быть принят как предположение, что повреждение плавно увеличивается:

$$\chi(t) = t E\{h(z(t))\} \quad (B11)$$

Разрушение произойдет, если повреждение $y(t)$ превысит некоторое критическое значение y_{cr} , которое в результате приводит к следующему выражению для функции предельного состояния:

$$g(t) = \Psi(y_{cr}(t)) - \Psi(y(0)) - \chi(t) \quad (B12)$$

Критическое значение y_{cr} может быть постоянной величиной или величиной, зависящей от времени. В случае если y_{cr} является постоянной величиной, то для вычисления вероятности разрушения мы можем использовать уравнение (B3). В случае если y_{cr} является величиной, зависящей от времени, мы имеем задачу о первом достижении.

Характеристические примеры

1. Моделирование абразивного износа / коррозии

Механизмы абразивного износа и/или коррозии могут быть смоделированы с помощью $k=0$ и $h(z) = z$. В таком случае уравнение (B9) сокращается до следующего уравнения:

$$\frac{dy}{dt} = z(t)$$

Для абразивного износа или коррозии параметр повреждения y соответствует толщине утраченного материала, а величина z – скорости абразивного износа или коррозии. В таком случае Ψ равен y . Предположим $z(t)$ является стационарным и эргодическим случайным процессом со средним значением μ_z , тогда мы можем использовать уравнение (B12) и получить:

$$g(t) = y_{cr} - y_0 - \mu_z t$$

Значение y_0 может быть равно 0 (или случайным), и критическое значение y_{cr} может быть сопоставлено с нагрузкой и прочностью материала, например:

$$y_{cr} = d_0 - S/f$$

где d_0 – первоначальная толщина материала, S – нагрузка на единицу длины, f – предел прочности материала на разрыв. Можно легко заметить, что y_{cr} является постоянной во времени при постоянной нагрузке S и что y_{cr} зависима от времени при переменной нагрузке.

2. Продолжительность нагрузки

Рассмотрим еще раз случай $n=0$ и $h(z) = z$. Пусть на этот раз y представляет сравнительное снижение прочности материала R , т. е. $R(t) = R_0(1-y)$. Пусть далее нарушение z будет пропорционально механической нагрузке S . Другими словами: наличие нагрузки приведет к повреждению или снижению прочности, и в тем большей степени, чем выше будет нагрузка. Данная модель может использоваться для того, чтобы представлять продолжительность воздействия нагрузки. Если мы определим $z = S/S_0$, при S_0 в качестве случайного параметра материала, мы получим следующее уравнение:

$$g(t) = y_{cr} - y_0 - \mu_S t / S_0$$

Пусть $y_0 = 0$, а y_{cr} соответствует $R(t) = R_0(1 - y_{cr}) = S(t)$, в результате получаем уравнение:

$$g(t) = (1 - \mu_S t / S_0) - S(t) / R_0$$

что эквивалентно:

$$g(t) = R_0(1 - \mu_S t / S_0) - S(t)$$

Опять же, если S является постоянной нагрузкой, то мы можем использовать уравнение (B6); если нет, то мы имеем задачу о первом достижении. Полученная в результате прочность, зависящая от времени, для постоянной величины S представлена на рис. B2.

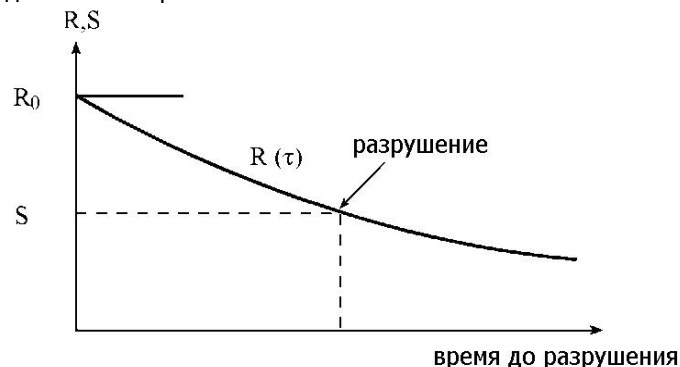


Рис. B2: Прочность, зависящая от продолжительности нагрузки, под воздействием постоянной нагрузки

3. Распространение усталостной трещины

Вследствие колебаний нагрузок первоначально небольшая трещина в конструкции может разрастись и ослабить поперечное сечение. В результате существенная амплитуда нагрузки может привести к обрушению элемента конструкции (см. рис. B3). Дифференциальное уравнение роста трещины (а) представлено ниже:

$$\frac{da}{dn} = C Y(a) [\Delta S(n) \sqrt{\pi a}]^m$$

где ΔS – область напряжений, $Y(a)$ – геометрическая функция, C и m – постоянные величины материала, а n – номер цикла напряжений. Важно отметить, что в данном примере время t было заменено номером цикла нагрузок n , а также что k в уравнении (B5) соответствует $m/2$. Функции Ψ и χ вычисляются с помощью следующего уравнения (если предполагается, что параметр ΔS является стационарным и эргодическим):

$$\Psi = \frac{2}{2-m} \frac{1}{CY} \pi^{-m/2} p^{-m/2} a^{1-m/2}$$

$$\chi = n E\{(\Delta S)^m\}$$

Функция предельного состояния определяется с помощью следующего уравнения:

$$g(t) = \Psi(a_{cr}) - \Psi(a_0) - \chi$$

где a_0 – первоначальная длина трещины, а a_{cr} – критическая длина трещины, которая может быть зависима от времени или независима от времени. В первом случае может использоваться уравнение (B6), во втором – мы имеем задачу о первом достижении.

Кроме того, может быть сформулирована функция предельного состояния в области трещины:

$$g(t) = a_{cr} - a(n) \text{ при } a(n) = \left\{ a_0^{1-m/2} + \frac{2}{2-m} C Y \pi^{m/2} n E\{\Delta S^m\} \right\}$$

или во временной области:

$$g(t) = N - n \text{ при } N = \frac{\Psi(a_{cr}) - \Psi(a_0)}{E\{(\Delta S)^m\}}$$

Данные варианты формулировки полностью эквивалентны первой.

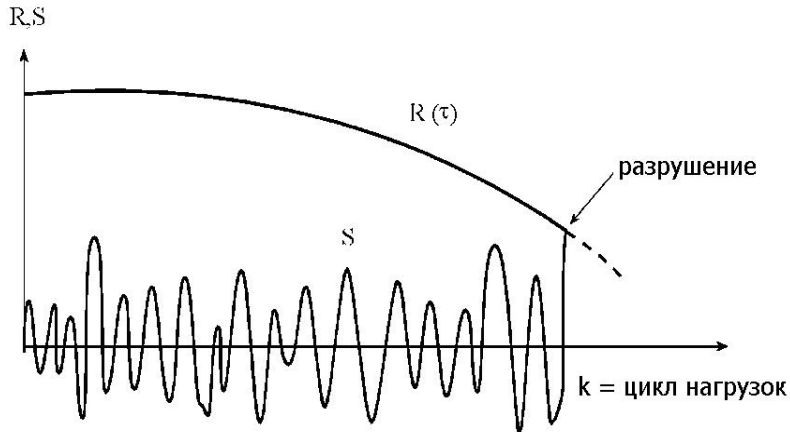


Рис. B3: Усталостное разрушение под воздействием циклической нагрузки

9.2 Воздействие проверки

В случае с процессами износа может быть невыгодным проектировать конструкции таким образом, чтобы их надежность обеспечивала средний расчетный срок службы на 50 лет. В таких случаях более экономичное решение может быть достигнуто путем определения плана проверок. В этих случаях разрушения не произойдет, если при проверке будут выявлены некоторые предварительно определенные критерии износа и конструкция пройдет соответствующий ремонт.

Последовательность событий может быть представлена в дереве событий, как показано на рис. B4. Пусть первая проверка I_i будет запланирована на момент времени t_i . В таком случае мы можем иметь три варианта развития событий.

- 1) разрушение произойдет до момента времени t_i (ветка F)
- 2) при проверке будет выявлено серьезное повреждение и потребуется ремонт (ветка R)
- 3) серьезного повреждения не будет обнаружено, и следующая проверка будет запланирована на момент времени $t = t_2$

Если конструкция подвергается ремонту, можно предположить, что все переменные устанавливаются на исходные значения первоначальной ситуации. От каждого события R начинается новое дерево событий такого же типа, как изображено на рис. B4.

В целях упрощения начнем с ситуации с только одной проверкой. Используя теорему полной вероятности, вероятность разрушения на период времени t можно формально представить следующим образом:

$$P_F(t) = P[F | Z_i > 0] P(Z_i > 0) + P[F | Z_i < 0] P(Z_i < 0) \quad (B13)$$

где

F = разрушение

Z_i = результаты технического осмотра в момент времени t_i (отрицательные значения соответствуют выявлению повреждения)

Если предположить, что в случае выявления серьезного повреждения при техническом осмотре (т. е. $Z < 0$) конструкция будет полностью восстановлена, то уравнение (B13) может быть сокращено до следующего уравнения (путем замены F на $\min_{\tau} g(\tau) < 0$, где $g(\tau)$ – функция предельного состояния и $0 < \tau < t$):

$$P_F(t) = P[\min_{\tau} g(\tau) < 0 | Z_i > 0] P(Z_i > 0)$$

или упрощенно:

$$P_F(t) = P[\min_{\tau} g(\tau) < 0 \cap Z_i > 0]$$

Если предполагается проводить больше проверок с установленными интервалами времени, то мы получим следующее уравнение:

$$P_F(t) = P[\min_{\tau} g(x(\tau); \tau) < 0 \cap \{\cap Z_i x(t_i); t_i\} > 0 \text{ при } 0 < \tau < t] \quad (B14)$$

t_i = время проверки; проверки действительны, только если соблюдается условие $t_i < t$

Примечание: является проверка плановой или нет, безусловно, экономический вопрос.

9.3 Пример

Рис. B5 проясняет формулу (B14) для случая с усталостным разрушением. Как обсуждалось ранее, g -функция для этой ситуации при цикле нагрузок в момент времени t определяется следующим образом:

$$g = a_{cr} - a(t)$$

Пусть мониторинг трещины $a(\tau)$ производится при ежегодной проверке. Если измеренная трещина a_m превышает установленное предельное значение a_{lim} , конструкция подлежит соответствующему ремонту. Отказ в процессе проверки может быть смоделирован как $Z_{ins} < 0$ при:

$$Z_{ins} = a_{lim} - a_m(t_i)$$

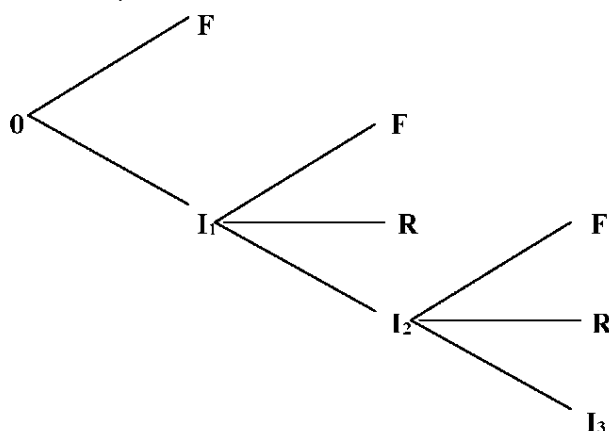
В существующей практике a_{lim} , как правило, соответствует пределу обнаружения, а распределение вероятностей для a_{lim} равно так называемой кривой вероятности обнаружения.

Разрушение произойдет, только если измеренное значение $a_m(t_{ins})$ составляет меньше предельного значения a_{lim} при проверке t_i , но выше значения a_{crit} перед следующей проверкой. Таким образом, вероятность разрушения может быть снижена путем проведения более частых проверок или благодаря использованию более совершенных или точных методов проверки.

Важно отметить, что применение данного метода необходимо, чтобы кривые вероятности обнаружения и точность измерений были известны проектировщику для того, чтобы он мог решить соответствует ли данная конструкция требованиям надежности. Также важно отметить, что вероятность необходимости проведения ремонтных работ определяется следующим уравнением:

$$P = P[Z_{ins} < 0]$$

Проведение ремонтных работ может рассматриваться как некоторое предельное состояние эксплуатационной пригодности. Проектировщик должен также убедиться, что вероятность проведения ремонтных работ ниже установленного экономического предельного значения.



F = Разрушение, I_i = Проверка в момент времени t_i

**Рис. B4: Изображение дерева событий для проверяемого компонента:
R = Ремонтные работы или техническое обслуживание**

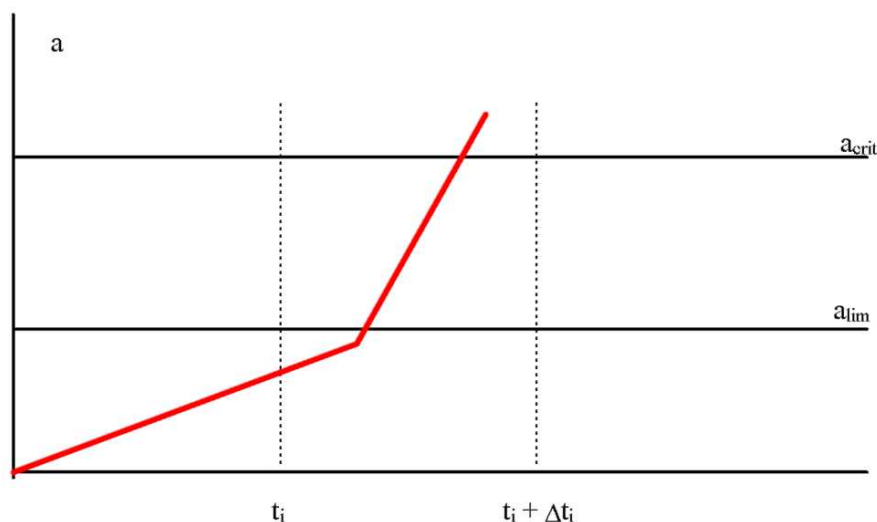


Рис. В5: Усталостное разрушение в интервале времени $t_i, t_i + \Delta t_i$ при $a(\tau) < a_{\text{lim}}$ в начале отрезка

10. ПРИЛОЖЕНИЕ С: ПРИНЦИПЫ АНАЛИЗА НАДЕЖНОСТИ

10.1 Введение

В последнее время в помощь инженерам были разработаны практические методы анализа надежности, которые могут помочь в проведении анализа, количественной оценки, процедур проверки и оценки конструктивных рисков, анализа чувствительности присущих неопределенностей и принятии соответствующих решений, связанных с работой конструкции. Конструкция может находиться в стадии разработки, строительства или фактической эксплуатации.

В настоящем Приложении С приведены принципы и процедуры формулирования и решения задач, связанных с вероятностью возникновения аварийных ситуаций, посредством анализа надежности. Это описание не является настолько подробным и глубоким, как в ряде имеющихся на сегодняшний день изданиях, некоторые из которых перечислены в разделе «Библиография». Цель настоящей главы – обоснование методологий актуализации и принятия решений, представленных в главе 2 настоящего документа.

Исходя из принципов анализа предельных состояний и их применения в проектировании на основе существующих строительных норм, проводится параллель между неприемлемым уровнем работоспособности конструкции и вероятностью ее разрушения. Важно провести различие между компонентами системы и самой системой, особенно при проведении оценки. Приводится описание понятий, связанных с системой, и значимых результатов. Обозначаются основные этапы анализа надежности, выполняемого для оценки вероятности разрушения, а также представляются альтернативные методы выполнения этого анализа. Включены некоторые рекомендации относительно формирования стохастических моделей для часто используемых переменных.

10.2 Основные понятия

10.2.1. Предельные состояния

Эксплуатационные характеристики конструкции в целом или ее части могут быть описаны со ссылкой на некоторый ряд предельных состояний, при помощи которых можно различить приемлемые и неприемлемые состояния конструкции. Предельные состояния подразделяются на следующие категории:

- критические предельные состояния, связанные с максимальной несущей способностью;
- предельные состояния эксплуатационной пригодности, относящиеся к условиям нормальной эксплуатации.

Граница между приемлемыми (безопасное состояние) и неприемлемыми (состояние разрушения) состояниями может быть четкой или расплывчатой, но в настоящее время в сводах правил, описывающих методы детерминированного анализа, проводится четкая граница. Таким образом, исследование конструкции на предмет ее соответствия определенному предельному состоянию проводится при помощи модели, описывающей предельное состояние в виде функции (называемой функцией предельного состояния), значение которой зависит от всех соответствующих расчетных параметров. В общем виде, достижение предельного состояния может быть описано при помощи следующей формулы:

$$g(s, r) = 0 \quad (\text{С.1})$$

где: s и r представляют собой набор переменных, описывающих нагрузку (воздействие) и несущую способность. Как правило, $g(s, r) < 0$ обозначает разрушение; другими словами, нежелательное состояние.

Функция предельного состояния, $g(s, r)$, может быть зачастую разделена на одну функцию несущей способности, $r(\cdot)$, и одну функцию нагрузки (или эффекта воздействия), $s(\cdot)$. В этом случае уравнение (С.) может быть записано следующим образом:

$$r(\mathbf{r}) - s(\mathbf{s}) = 0 \quad (\text{С.2})$$

10.2.2. Конструктивная надежность

Параметры нагрузки, материалов и геометрические размеры характеризуются наличием неопределенностей, которые могут подразделяться на классы согласно их характеристикам, см. раздел 3. Таким образом, они могут быть представлены в виде случайных переменных (что является наиболее простым возможным вероятностным представлением, в то время как в некоторых ситуациях могут быть подходящими более сложные модели, например, случайные поля). Переменные S и R зачастую называют «основными случайными переменными» (где заглавные буквы используются для обозначения случайных величин) и могут быть в совокупности представлены случайным вектором X .

При подобном подходе, разрушение является вероятностным событием, и вероятность его возникновения P_f описывается следующим образом:

$$P_f = \text{Pr ob}\{g(X) \leq 0\} = \text{Pr ob}\{M \leq 0\} \quad (\text{С.3a})$$

где: $M = g(\mathbf{X})$. Следует обратить внимание на то, что M также является случайной переменной, представляющей предел безопасности.

Если функция предельного состояния записана в виде уравнения (С.2), то уравнение (С.3a) может быть записано следующим образом:

$$P_f = \text{Pr ob}\{r(R) \leq s(S)\} = \text{Pr ob}\{R \leq S\}$$

где: $R = r(R)$ и $S = s(S)$ – случайные переменные, относящиеся, соответственно, к несущей способности и нагрузке. Это выражение является полезным в контексте обсуждения структуры свода правил и частных коэффициентов безопасности в п. 2.2, но в дальнейшем в настоящем документе не используется.

Вероятность разрушения, описанная уравнением (А.5a) может быть также записана следующим образом:

$$P_f = \int_{g(X) \leq 0} fX(x) dx \quad (\text{С.3b})$$

где: $fX(x)$ – функция совместной плотности вероятностей X .

Вероятность P_s , относящаяся к определенному рассматриваемому предельному состоянию, является дополнительным событием, то есть:

$$P_s = 1 - P_f \quad (\text{С.4})$$

Недавно был принят к использованию стандартный показатель надежности, индекс надежности β , который соотносится с вероятностью разрушения следующим образом:

$$\beta = -\Phi^{-1}(P_f) = \Phi^{-1}(P_s) \quad (\text{С.5})$$

где: $\Phi^{-1}(\cdot)$ является функцией обратной к функции стандартного нормального распределения, см. таблицу А.1.

Таблица С.1: Соотношение между β и P_f

P_f	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}
β	1,3	2,3	3,1	3,7	4,2	4,7	5,2

В большинстве инженерных приложений отсутствует полная статистическая информация об основных переменных X , и, кроме того, функция $g(\cdot)$ представляет собой математическую модель, которая идеализирует предельное состояние. В этом смысле, значение вероятности разрушения, полученное при помощи уравнений (С.3a) или (С.3b), является точечной оценкой с определенным заданным набором предположений, связанных с вероятностными моделями, и конкретной математической моделью для $g(\cdot)$. Неопределенности, связанные с этими моделями, могут быть представлены в виде вектора случайных параметров Q , и, следовательно, функция предельного состояния может уже быть записана в виде $g(X, Q)$. Важно отметить, что неопределенности основных случайных переменных X и параметров Q имеют разное происхождение. Неопределенности переменных X не могут быть изменены без изменения физического содержания задачи (например, при помощи замены марки стали), в отличие от неопределенностей параметров Q , которые могут быть изменены посредством использования альтернативных методов и сбора дополнительной информации.

В этом контексте, уравнение (С.3b) может быть изменено следующим образом:

$$P_f(\theta) = \int_{g(X, \theta) \leq 0} f_{X|\theta}(x|\theta) dx \quad (C.6)$$

где: $P_f(\theta)$ – условная вероятность разрушения для заданного набора значений параметров θ , и $f_{X|\theta}(x|\theta)$ – условная плотность распределения вероятностей X для заданного значения θ .

Для того, чтобы объяснить причину влияния неопределенности параметров на значение вероятности разрушения можно проанализировать значение условной вероятности разрушения, т.е.

$$\overline{P}_f E[P_f(\theta)] = \int_{\theta} P_f(\theta) f_{\theta}(\theta) d\theta \quad (C.7a)$$

где $f_{\theta}(\theta)$ – совместная функция плотности вероятностей θ . Соответствующее значение индекса надежности можно получить при помощи следующего уравнения:

$$\overline{\beta} = -\Phi^{-1}(\overline{P}_f) \quad (C.7b)$$

Главной целью анализа надежности является оценка вероятности разрушения (или, вычисление индекса надежности). Следовательно, он заменяет детерминистский анализ безопасности вероятностной оценкой конструктивной безопасности, см. например, уравнение (C.3) или (C.7). Должен быть разработан соответствующий метод в зависимости от характера рассматриваемого предельного состояния источников неопределенности и влияния присутствия неопределенностей на вероятностное моделирование, характеристик вычислительной модели и требующейся степени точности. Во многих отношениях это похоже на ситуацию формирования методологии детерминистского конструктивного анализа, но в данном случае проблема связана с вероятностной основой.

10.2.3. Основные понятия конструктивной системы здания

В настоящее время, расчет конструкции главным образом связан с проектированием работы отдельных элементов конструкции. Каждое уравнение, описывающее предельное состояние, в большинстве случаев относится к определенному типу разрушения одного отдельно взятого элемента.

Однако, большинство сооружений представляют собой сборные конструкции, состоящие из конструктивных элементов. И даже отдельные элементы могут быть подвержены возникновению ряда возможных типов разрушения. В детерминистском смысле, первые могут рассматриваться посредством анализа прогрессирующего разрушения (который особенно актуален в случае статистически неопределимых конструкций), в то время как последние рассматриваются при помощи ряда уравнений, описывающих предельные состояния.

Однако, количественные характеристики работы конструкции как целой системы, в сводах правил, рассматривающих предельные состояния, не были представлены, и в данном случае инженер должен проявить инициативу и новаторские способности. Вероятностный подход обеспечивает лучшую основу для исследования работы системы и дальнейшего использования полученных данных. Это может быть полезно при оценке существующих зданий, запас прочности которых может уменьшить необходимость использования дорогостоящего укрепления конструкции по причине воздействий, оказываемых на систему.

Существует два основных типа систем, см. рис. C.1:

(1) Система с последовательным соединением элементов, разрушение которой происходит при разрушении одного или более ее элементов.

(2) Система с параллельным соединением элементов, разрушение которой происходит при разрушении всех ее элементов.

Вероятность разрушения системы описывает следующее уравнение:

$$P_{f,sys} = P[E_1 \cup E_2 \cup \dots \cup E_n] \text{ для системы с последовательным соединением элементов (C.8a)}$$

$$P_{f,sys} = P[E_1 \cap E_2 \cap \dots \cap E_n] \text{ для системы с параллельным соединением элементов (C.8b)}$$

где: $E_i (i = 1, \dots, n)$ – событие, соответствующее разрушению i -того элемента. В случае систем с параллельным соединением элементов, которые разрабатываются для обеспечения некоторой степени неопределенности, важно определить состояние элемента после наступления разрушения. При описании сооружений, это может быть рассмотрено с точки зрения характерной реакции конструкции на перемещение нагрузки, см. рис. C.2, для чего существует два подходящих вида идеализации – «хрупкое» состояние и «полностью пластичное» состояние элемента. Может быть также выделено «переходное», зачастую более приближенное к реальности, состояние.

В случае оценки крупных систем, включающих в себя стохастически зависимые элементы, может быть сложно разобраться с упомянутыми выше определениями. Поэтому, были определены нижняя и верхняя границы, которые могут использоваться на практике. Для того чтобы оценить влияние реакции системы на вероятность разрушения, на рис. C.3(a) и C.3(b) представлены данные о двух конкретных системах, включающих в себя равнокоррелированные элементы, характеризующиеся одинаковой степенью вероятности разрушения каждого из элементов. Следует обратить внимание на то, что в случае системы с параллельным соединением элементов предполагается, что элементы полностью пластичны.

При сочетании двух главных типов могут возводиться более распространенные системы. Справедливости ради следует отметить, что для каркасных конструкций системные методы разработаны более подробным образом, чем для цельных. В главе 4 приводятся важные выводы, полученные с применением теории о надежности систем.

10.3 Анализ надежности элементов

В данном разделе рассматриваются основные этапы вероятностного моделирования и оценки надежности. Главное внимание уделяется описанию процедуры, которой необходимо придерживаться в ходе выполнения оценки надежности критического элемента при определенном типе разрушения.

10.3.1. Основные этапы

Анализ надежности элементов включает в себя следующие основные этапы:

- (1) выбор адекватной функции предельного состояния;
- (2) назначение соответствующего базового периода времени;
- (3) назначение основных переменных и создание соответствующих вероятностных моделей;
- (4) вычисление значения индекса надежности и вероятности разрушения;
- (5) проведение исследования чувствительности.

Этап (1) выполняется таким же образом, как при проведении детерминистского анализа. Этап (2) должен выполняться крайне внимательно, поскольку он влияет на вероятностное моделирование с участием многих переменных, в особенности, переменных, описывающих временную нагрузку. Этап (3), возможно является наиболее важным, поскольку вопросы, рассматриваемые при создании вероятностных моделей, оказывают существенное влияние на получаемые результаты, см. п. 3.2. Этап (4) должен выполняться с использованием одного из методов, описанных в п. 3.3, в зависимости от рассматриваемого случая. Выполнение этапа (5) необходимо, если нужно оценить чувствительность результатов (детерминистских или вероятностных) прежде, чем будет принято решение.

10.3.2. Вероятностное моделирование

Для отдельно взятого рассматриваемого типа разрушения следует выполнить моделирование неопределенностей в отношении тех переменных в функции соответствующего предельного состояния, чья изменчивость считается важной (основные случайные переменные). На большинство инженерных сооружений влияют следующие типы неопределенностей:

- внутренняя физическая или механическая неопределенность; если рассматривать источник этой неопределенности на фундаментальном уровне, то его зачастую можно лучше всего описать при помощи стохастического процесса, развивающегося во времени и пространстве, хотя его во многих случаях проще смоделировать в приложениях для инженерно-технических работ с использованием случайных переменных;
- неопределенность измерения; она может возникнуть вследствие случайных или систематических погрешностей измерений этих физических величин;
- статистическая неопределенность; возникает вследствие нехватки информации и недостаточного количества образцов;
- неопределенность модели; относится к точности прогноза используемых вычислительных моделей.

Физическую неопределенность основной переменной характеризуют соответствующим распределением вероятности, описанным с учетом его типа и соответствующих параметров распределения. Результаты анализа надежности могут иметь высокую чувствительность в хвосте распределения вероятностей, что главным образом зависит от типа используемого распределения. Следовательно, важно выбрать подходящий тип распределения.

Проводились исследования (с разной степенью детализации) наиболее широко используемых основных случайных переменных, в которых были представлены рекомендации относительно выбора распределения и его параметров. В том случае, когда возможно выполнение определенного числа прямых измерений, так называемая априорная информация (например, о вероятностных моделях в опубликованных результатах исследований) должна использоваться в качестве статистики преобладающего значения, полученной для относительно большой эквивалентной выборки ($n' \approx 50$).

Приведенные ниже комментарии могут также помочь в выборе подходящей вероятностной модели.

Статистические характеристики материалов

- частота отрицательных значений, как правило, равна нулю;
- зачастую может быть использовано логарифмически нормальное распределение;
- тип распределения и его параметры должны, главным образом, быть получены, для крупных однородных образцов и с учетом общепринятых распределений аналогичных переменных (например, в случае использования новой марки высокопрочной стали следует обратиться к информации о свойствах имеющихся марок); испытания должны планироваться таким образом, чтобы они, насколько это возможно, давали реалистичное представление о потенциальном использовании материала в реальных условиях.

Геометрические параметры

- разнообразие конструктивных размеров и общей геометрии, как правило, незначительно;
- размерные переменные могут соответствующим образом моделироваться с помощью нормального и логарифмически нормального распределения;
- если переменная имеет физическое ограничение (например, расположение арматуры), то может использоваться усеченное распределение; такие ограничения должны всегда внимательно рассматриваться во избежание выхода за физически допустимые пределы;
- переменные, связанные с процессом производства, могут характеризоваться высокими значениями коэффициентов вариации (например, дефекты, отсутствие соосности, остаточные напряжения, дефекты сварки).

Переменные нагрузки

- нагрузки должны подразделяться на типы, в зависимости от их изменения во времени (постоянная, переменная, случайная);
- в определенных случаях постоянные нагрузки представляют собой совокупность воздействий многих отдельных элементов конструкции; такие нагрузки могут быть описаны при помощи нормального распределения;
- для случаев одиночных переменных нагрузок распределение с фиксированным моментом времени редко бывает актуальным; зачастую важная случайная переменная представляет собой значение самой высокой предельной нагрузки, которая возникает в течение указанного базового периода времени, для которого рассчитывается вероятность разрушения (например, период равный году, полному сроку службы здания);
- распределение вероятности для самой высокой предельной нагрузки может быть приближено при помощи одного из асимптотических распределений экстремальных значений (распределение Гумбеля, или иногда Фреше);
- в случаях, когда действует сочетание нескольких переменных нагрузок, моделирование нагрузки зачастую выполняется с использованием упрощенных правил, применимых для анализа методами надежности первого и второго порядка (FORM и SORM).

При выборе типа распределения, используемого для нового описания физической неопределенности основной случайной переменной, может использоваться следующий порядок действий:

- выбрать набор возможных распределений, исходя из опыта работы с аналогичным типом переменных и законов физики;
- получить достаточный объем выборки наблюдений, при этом убедиться, что точки выборки, насколько это возможно, характеризуются однородностью (т.е. избегать систематических вариаций внутри выборки) и что выборка описывает потенциально возможные приложения и варианты использования;
- оценить соответствующим способом параметры предполагаемых к использованию распределений, с использованием выборки данных; при этом рекомендуется использовать метод максимального правдоподобия, но для сравнения могут быть использованы методы альтернативной оценки (метод моментов, метод наименьших квадратов, графические методы);
- сравнить данные выборки с полученными распределениями; это может быть сделано графически (диаграмма в сопоставлении с функцией распределения вероятностей, графики на вероятностной бумаге) или посредством испытаний по критериям соответствия (хи-квадрат, критерий согласия Колмогорова-Смирнова).

Если одинаково хорошие результаты дают несколько

распределений (или если испытания по критериям согласия приемлемы для того же уровня значимости) рекомендуется выбирать распределение, результатом которого является меньшая степень надежности. Это предполагает, что для переменных, описывающих несущую способность, выбор должен быть сделан в пользу распределений с тяжелыми левыми хвостами (свойства материалов, допуски, не включающие в себя геометрию) и тяжелые правые хвосты – для переменных нагрузки (производственные допуски, дефекты и нагрузки).

Возможно, простейшим методом моделирования неопределенности и количественного определения ее влияния на вероятность разрушения является сбор данных о важных особенностях физической составляющей неопределенности нагрузки или конструктивных свойств посредством модели, описывающей случайные переменные. В целом, нагрузки являются функциями как времени, так и места приложения в определенной конструкции. Аналогичным образом, свойства материалов и размеры даже одного отдельно взятого конструктивного элемента, например, железобетонной плиты перекрытия, являются функциями, которые изменяются как во времени, так и в пространстве. Такие случайные функции, как правило, определяют как случайные (или стохастические) процессы, если изменение времени является наиболее важным фактором, и – случайные поля, если рассматриваются пространственные вариации.

На рис. С.4 (а) в виде схемы показан непрерывный стохастический процесс, например, ветровая нагрузка на определенную точку на стене конструкции. Отследить этот процесс во времени можно при помощи последовательных реализаций лежащего в основе феномена, в данном случае, скорости ветра, который, несомненно, является случайной переменной, принимающей различные значения в пределах каждого бесконечно малого интервала времени, δt .

На рис. С.4 (b) показано двумерное случайное поле, например, изменение прочности бетона по площади плиты перекрытия сразу после возведения сооружения. Еще раз заметим, что случайная переменная, в данном случае описывающая вероятные результаты, к примеру, данные испытаний цилиндрических образцов, вырезанных из толщи бетона конструкции, полученные на примере любого небольшого участка, δA , является основным компонентом, на основе которого строится случайное поле.

При рассмотрении случайного процесса или случайного поля, становится понятно, что кроме характеристик, относящихся к случайной переменной, описывающей неопределенность внутри небольшого объема (интервала или области), очень важны законы, описывающие стохастическую зависимость (или, попросту, корреляцию) между результатами и временем и/или пространством.

Другие три типа неопределенностей, упомянутые выше (неопределенность измерения, статистическая неопределенность, неопределенность модели), также играют важную роль при оценке надежности. Как говорилось в п.2.3, на величину этих неопределенностей влияет метод, используемый, например, при расчете прочности, а также сочетание дополнительных (возможно, напрямую полученных) данных. Эти неопределенности могут быть тщательно проанализированы по методу, предложенному в уравнениях (С.8) и (С.9). Однако, во

многих случаях применения на практике используется более простой метод, насколько это касается неопределенности модели (и измерения), основанный на разности результатов, спрогнозированной при помощи математической модели, которая используется для $g(x)$, и другой, более совершенной модели, которая считается более приближенным отображением реальных условий. В таких случаях, вводится основная случайная переменная X_m , описывающая неопределенность модели, где

$$X_m = \frac{\text{фактическое значение}}{\text{прогнозируемое значение}}$$

и в следующих ниже комментариях изложены рекомендации по выполнению оценки статистики переменной X_m :

- среднее значение неопределенности модели, связанное с нормативными вычислительными моделями, может быть более единицы и отражать консервативность, присущую таким моделям;
- параметры неопределенности модели, характеризующие определенную вычислительную модель, могут быть установлены посредством проведения физических экспериментов, или сравнением вычислительной модели с более детализированной моделью (например, моделью конечных элементов);
- когда существует возможность использования результатов испытаний, полученных экспериментально, использование этих данных для расчета прогнозируемого значения более предпочтительно, чем применение номинальных или характеристических значений;
- численные эксперименты (например, модели конечных элементов) имеют определенные преимущества над физическими экспериментами, поскольку первые обеспечивают надлежащий контроль исходных данных;
- выбор соответствующего распределения вероятности для X_m зачастую определяется математическими преимуществами и поэтому широко используется нормальное распределение.

10.3.3. Расчет вероятности разрушения

Как упоминалось выше, вероятность разрушения конструктивного элемента, связанная с одним типом разрушения, описана следующим уравнением:

$$P_f = \int_{g(X) \leq 0} fX(x) dx \quad (\text{C.3b})$$

где: X – вектор основной случайной переменной, $g(x)$ – функция предельного состояния (разрушения) для рассматриваемого типа разрушения, и $fX(x)$ – совместная функция плотности вероятностей X .

Особую группу предельных состояний составляют состояния, переменные которых рассматриваются в качестве не зависящих от времени, либо без учета изменения во времени в случаях, когда это считается приемлемым, либо посредством описания зависимых от времени процессов при помощи независимых от времени переменных (например, используя распределение экстремальных значений). Методы, как правило, используемые в таких случаях для расчета P_f , описаны ниже. Рекомендации относительно работы с зависимыми от времени задачами, представлены в главе 5. Следует обратить внимание на то, что после расчета P_f по одному из методов, описанных ниже, или при помощи какого-либо другого существующего метода, для выполнения сравнений или для других целей индекс надежности может быть получен из уравнения (C.5).

Методы асимптотических приближений

Несмотря на то, что впервые эти методы появились с использованием основных случайных переменных, описанных при помощи данных о втором моменте, т.е. со средним значением и стандартным отклонением, но без каких-либо распределений вероятности, в настоящее время во многих случаях можно получить полное описание случайного вектора \mathbf{X} (в результате сбора данных и изучения вероятностного моделирования). В таких случаях, вероятность разрушения может быть вычислена методами надежности первого и второго порядка (FORM и SORM). Применение методов асимптотических приближений зависит от:

(1) Методов преобразования:

$$\mathbf{T}: \quad \mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n) \quad \rightarrow \quad \mathbf{U} = (U_1, U_2, \dots, U_n) \quad (\text{C.9})$$

где U_1, U_2, \dots, U_n являются независимыми переменными со стандартным нормальным распределением (т.е. с нулевым средним значением, и единичным стандартным отклонением). Следовательно, пространство основной переменной (включая функцию предельного состояния) преобразуется в стандартное нормальное пространство, см. рис. C.5. Пространственные свойства стандартного нормального пространства приводят к значимым результатам, описание которых приводится ниже.

(2) Методов поиска:

В стандартном нормальном пространстве целью является определение подходящей контрольной точки, которая представляет собой точку на поверхности предельного состояния, максимально близкую к исходной, так называемой, «расчетной точке». В этом осесимметричном пространстве она является наиболее вероятной точкой разрушения, другими словами ее координаты определяют сочетание переменных, которые вероятнее всего приведут к разрушению. Такой результат является следствием того, что функция плотности стандартного нормального совместного распределения, колоколообразный пик которой находится прямо над исходной точкой, падает экспоненциально с увеличением расстояния от исходной точки. Во всех случаях кроме про-

стейших для определения этой точки требуется выполнить процедуру поиска (как правило, используется алгоритм Раквитца-Физлера).

При определении координат этой точки при помощи следующего уравнения

$$\mathbf{u}^* = (u_1^*, u_2^*, \dots, u_n^*)$$

получается, что расстояние от исходной точки очевидно равно

$$\left(\sum_{i=1}^n u_i^{*2} \right)^{1/2}$$

Эта скалярная величина известна под названием индекса надежности Хасофера-Линда β_{HL} , т.е.

$$\beta_{HL} = \left(\sum_{i=1}^n u_i^{*2} \right)^{1/2} \quad (C.10)$$

Следует заметить, что \mathbf{u}^* может быть также записано в следующем виде:

$$\mathbf{u}^* = \beta_{HL} \alpha \quad (C.11a)$$

где: $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ – единичный нормальный вектор к поверхности предельного состояния при \mathbf{u}^* , и, следовательно, $\alpha_i (i = 1, \dots, n)$ обозначает направляющие косинусы в расчетной точке. Они также известны как коэффициенты чувствительности, поскольку они указывают на относительную важность неопределенности основных случайных переменных для рассчитываемой надежности. Значение их абсолютной величины находится в пределах между нулем и единицей и чем ближе оно находится к верхнему пределу, тем более значительно влияние соответствующей случайной переменной на результат расчета надежности. Следующее ниже выражение применимо для случаев с участием независимых переменных:

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i^2 = 1 \quad (C.11b)$$

(3) Метода приближенных вычислений

Как только определена контрольная точка, можно рассчитать приблизительное значение вероятности разрушения, используя результаты, применимые к стандартным нормальным пространствам. Таким образом, в приближении первого порядка поверхность предельного состояния аппроксимируется касательной к ней гиперплоскостью в расчетной точке. Вероятностная составляющая серии разрушений представлена следующим образом:

$$P_{JFORM} = \Phi(-\beta_{HL}) \quad (C.12a)$$

В некоторых случаях имеет смысл использовать аппроксимирование поверхности предельного состояния более высокого порядка, единственно для того, чтобы проверить точность метода надежности первого порядка (FORM). Результирующее значение вероятности разрушения при использовании квадратичной аппроксимации (приближение второго порядка) поверхности предельного состояния асимптотически описано следующим уравнением:

$$P_{JSORM} = \Phi(-\beta_{HL}) \prod_{j=1}^{n-1} (1 - \beta_{HL} \kappa_j)^{-1/2} \quad (C.12b)$$

для $\beta_{HL} \rightarrow \infty$, где κ_j – главные кривизны поверхности предельного состояния в расчетной точке. Существует также выражение, применимое к конечным значениям β_{HL} .

Методы имитационного моделирования

В этих методах случайная выборка используется для моделирования большого количества (как правило, численных) экспериментов и последующего изучения результатов. В случае рассмотрения конструктивной надежности это в упрощенном виде означает, что делается выборка значений случайного вектора для получения набора выборочных значений. Затем выполняется анализ функции предельного состояния для того, чтобы убедиться, происходит ли разрушение (т.е. $g(x) \leq 0$) для данного набора значений. Эксперимент проводится многократно, и вероятность разрушения P_f определяется, исходя из количества выполненных испытаний, результаты которых указывают на разрушение, деленных на общее количество испытаний. Этот так называемый прямой или приближенный метод Монте-Карло для решения практических задач, вероятно, не понадобится, поскольку для достаточно уверенного определения вероятности разрушения требуется выполнение большого числа испытаний. Следует заметить, что при снижении вероятности разрушения число проводимых испытаний увеличивается. Могут быть выведены простые правила, в виде $N > C / P_f$, где N – требуемый объем выборки и C – константа, относящаяся к интервалу достоверности и типу рассматриваемой функции.

Таким образом, целью более прогрессивных методов имитационного моделирования, в настоящее время используемых для оценки надежности, является уменьшение вариации получаемого значения P_f . Такие

методы могут быть подразделены на две категории, а именно: методы индикаторной функции и методы условного математического ожидания.

Примером первого метода является выборка по значимости, целью которой является концентрация распределения точек выборки вблизи от вероятных точек разрушения, таких как расчетная точка, полученная методами надежности первого и второго порядка (FORM и SORM). Это можно сделать при помощи использования функции выборки, выбор которой зависит от априори имеющейся информации, такой, как, например, координаты расчетной точки и/или любые значения вероятности разрушения. Таким образом, доля успешных испытаний (определяемая здесь как вероятность получения результата в области разрушения или любое конкретное испытание) увеличивается, по сравнению со случаем использования метода Монте-Карло. Выборка по значимости зачастую используется после выполнения анализа по методу надежности первого и второго порядка (FORM и SORM). Вариантом этого метода является адаптивная выборка, в которой показатель плотности выборки обновляется в ходе процедуры имитационного моделирования. Выборку по значимости можно выполнить в пространстве основной переменной или стандартном нормальном пространстве, в зависимости от поставленной задачи и вида, в котором представлена исходная информация.

Другим эффективным методом, принадлежащим ко второй категории, является направленное имитационное моделирование. Оно позволяет добиться снижения вариаций посредством использования условного математического ожидания в стандартном нормальном пространстве, где применяется специфический результат, относящийся к вероятности, ограничивающейся гиперсферой, центр которой приходится на исходную точку. Эффективность этого метода заключается в том, что при каждом случайном испытании появляются точные данные о том, где находится граница между безопасностью и разрушением. Однако, метод, как правило, все-таки требует выполнения некоторых итерационных вычислений. Он в особенности подходит для решения задач, в которых трудно определить «важные» области (возможно, из-за наличия множества локальных расчетных точек).

Эти два метода, описанные выше, используются также в сочетании друг с другом, что означает, что в случаях, когда имитационное моделирование выбрано в качестве основного метода оценки надежности, существуют границы, в пределах которых для решения конкретно поставленной задачи должна применяться эта обстоятельная процедура.

10.3.4. Рекомендации

При проведении любого другого исследования выбор определенного метода должен основываться на опыте и/или результатах верификации. Опыт показывает, что результаты анализа методами надежности первого и второго порядка (FORM и SORM) в достаточной степени характеризуют широкий ряд проблем. Однако, эти методы приближения имеют недостатки, а именно отсутствие количественного определения посредством оценки погрешностей, за исключением нескольких особых случаев. Как указывалось выше, имитационное моделирование может использоваться для верификации результатов анализа методами надежности первого и второго порядка (FORM и SORM), особенно для случаев, когда возможно наличие множества расчетных точек. Результаты имитационного моделирования должны включать вариации значений расчетной вероятности разрушения, хотя для получения качественных оценок вариаций потребовалось бы выполнение дополнительных вычислений. При использовании методов надежности первого и второго порядка (FORM и SORM) следует уделить внимание упорядочению зависимых случайных переменных, и выбору исходных точек для алгоритма поиска. Не менее важно проанализировать результаты, относящиеся к расчетной точке, и убедиться в том, что они не вступают в противоречие с законами физики.

10.4 Анализ надежности системы

Как обсуждалось в главе 3, события, при которых происходит разрушение отдельных элементов конструкции, могут быть представлены в области, обозначенной границами разрушения основной переменной, или в стандартном нормальном пространстве. События, описывающие разрушение системы, могут быть представлены аналогичным образом, см. рис. С.6(а) и С.6(б), и, вновь, в качестве дополнения к анализу отдельных элементов конструкции при помощи методов надежности первого и второго порядка (FORM и SORM) могут быть получены некоторые приблизительные результаты. Кроме того, анализ системы иногда проводится с использованием методов ограничения и ниже представлены некоторые связанные с этим результаты.

10.4.1. Системы с последовательным соединением элементов

Вероятность разрушения системы с последовательным соединением элементов с количеством элементов m задается следующим образом:

$$P_{f_{sys}} = P\left[\bigcup_{j=1}^m F_j\right] \quad (C.13)$$

где: F_j представляет событие, соответствующее разрушению j -того элемента. При помощи описания этого события с точки зрения предела безопасности M_j

$$P[F_j] = P[M_j \leq 0] \approx \Phi(-\beta_j) \quad (C.14)$$

где: β_j – соответствующий индекс надежности (по методу надежности первого порядка FORM), можно показать, что приближение первого порядка

$$P_{fsys} = 1 - \Phi_m \left[\tilde{\beta}; \tilde{\rho} \right] \quad (C.15a)$$

где: $\Phi_m[\cdot]$ – многомерная функция стандартного нормального распределения, $\tilde{\beta}$ – вектор $(m \times l)$ индексов надежности элемента, и $\tilde{\rho}$ – матрица корреляции $(m \times m)$ между пределами безопасности с элементами, которые описывают следующие уравнения:

$$\rho_{jk} = \sum_{i=1}^n \alpha_{ij} \alpha_{ik}, \quad j, k = 1, 2, \dots, m \quad (C.15b)$$

где: α_{ij} – коэффициент чувствительности, соответствующий i -той случайной переменной j -того предела.

В некоторых случаях, особенно когда растет количество элементов вычисления по уравнению (C.15) становится трудоемкими и наличия границ вероятности разрушения системы может оказаться достаточно.

Простые линейные границы первого порядка выражаются следующим образом:

$$\max_{j=l}^m [P(F_j)] \leq P_{fsys} \leq \min_{j=l}^m \left[\sum_{j=l}^m P(F_j), l \right] \quad (C.16a) \quad (A.20b)$$

но они, вероятно, будут достаточно широкими, особенно для большого значения m , в случае чего могут понадобиться линейные границы второго порядка (границы Дитлевсена). Они выражаются следующим образом:

$$P[F_l] + \sum_{j=2}^m \max \left\{ \left[P(F_j) - \sum_{k=l}^{j-1} P(F_j \cap F_k) \right], 0 \right\} \leq P_{fsys} \leq P[F_l] + \sum_{j=2}^m \left\{ P(F_j) - \max_{k < j} [P(F_j \cap F_k)] \right\} \quad (C.16b)$$

Степень узости этих границ в некоторой степени зависит от упорядочения событий. Оптимальное упорядочение может различаться для верхней и нижней границ. В целом, эти границы намного уже, чем простые линейные границы первого порядка, представленные уравнением (C.16a). Разделение событий на две равные части может быть рассчитано с использованием приближения первого порядка, которое представлено ниже с результирующими данными о системах с параллельным соединением элементов.

10.4.2. Системы с параллельным соединением элементов

Следуя тому же методу и порядку действий, описанному выше, вероятность разрушения системы с параллельным соединением элементов и количеством элементов m задается следующим образом:

$$P_{fsys} = P \left(\bigcap_{j=1}^m (F_j) \right) = P \left[\bigcap_{j=1}^m (M_j \leq 0) \right] \quad (C.17)$$

и соответствующее приближение первого порядка:

$$P_{fsys} = \Phi_m \left[-\tilde{\beta}; \tilde{\rho} \right] \quad (C.18)$$

Простые границы представлены следующим образом:

$$0 \leq P_{fsys} \leq \min_{j=1}^m [P(F_j)] \quad (C.19a)$$

Эти границы, как правило, слишком широки для практического применения. Улучшенный вариант верхней границы выражается следующим образом:

$$P_{fsys} \leq \min_{j,k=1}^m [P(F_j \cap F_k)] \quad (C.19b)$$

На погрешность в оценке первого порядка точек пересечения $P[F_j \cap F_k]$ в большой степени влияет нелинейность пределов на соответствующих расчетных точках. Для улучшения получаемого результата оценки вероятности на точках пересечения был предложен усовершенствованный метод выбора точек линеаризации.

10.5 Надежность, зависящая от времени

10.5.1. Общая информация

Даже при рассмотрении относительно простого предела безопасности в ходе анализа надежности элементов, такого, как, например, $M = R - S$, где R – несущая способность конструктивного элемента в критическом сечении, и S – соответствующее воздействие нагрузки в том же самом сечении, как правило, и S и несущая способность R являются функциями времени. Изменения обеих величин означают, что значения и стандартные отклонения могут иметь место в обоих случаях – $R(t)$ или $S(t)$. Например, среднее значение $R(t)$ может изменяться в результате повреждений (например, коррозия арматуры железобетонного моста

означает потерю площади, отсюда – снижение среднего значения несущей способности). Стандартное отклонение $R(t)$ может также измениться (например, неопределенность в прогнозировании влияния коррозии на потерю площади может расти с увеличением продолжительности рассматриваемых периодов времени). С другой стороны, среднее значение $S(t)$ может увеличиваться с течением времени (например, из-за более плотного транспортного потока и/или более тяжелого веса отдельных транспортных средств). В равной степени, значение стандартного отклонения этой величины может увеличиваться из-за более низкой доверительной границы прогноза относительно ожидаемого разнообразия транспортных средств, характерного для длительных промежутков времени. Таким образом, проблема надежности, зависящей от времени, может быть представлена в виде схемы на рис. С.7. Эта диаграмма означает, что в среднем, надежность со временем снижается. Хотя подобное положение вещей является обычным, что констатируется при выполнении оценки надежности существующих сооружений, может возникнуть и обратная ситуация, например, в случае укрепления сооружения или благоприятных изменений эксплуатации объекта.

Таким образом, проблема надежности, ранее описанная уравнениями (С.3а) и (С.3б) может теперь быть выражена следующим образом:

$$P_f(t) = \text{Prob}\{R(t) \leq S(t)\} = \text{Prob}\{g(X(t)) \leq 0\} \quad (С.20а)$$

где: $g(X(t)) = M(t)$ – предел безопасности, зависящий от времени, и уравнение

$$P_f(t) = \int_{g(x(t)) \leq 0} f_X(x(t)) dx(t) \quad (С.20б)$$

описывает вероятность мгновенного разрушения в момент времени t , если конструкция была безопасной до момента времени t .

При рассмотрении проблем надежности, зависящей от времени, проблема зачастую заключается в оценке вероятности разрушения в пределах определенного временного интервала, например, от 0 до t_L . Эта величина может быть получена интегрированием функции $P_f(t)$ в интервале $0[t_L]$, принимая во внимание временные корреляционные характеристики процесса $X(t)$, или, что иногда проще, процесса $R(t)$, процесса $S(t)$, а также любые кросс-корреляции между $R(t)$ и $S(t)$. Следует заметить, что процесс $S(t)$, описывающий воздействие нагрузки, зачастую выражается при помощи аддитивных компонентов $S_1(t), S_2(t) \dots$ для каждого из которых временные колебания могут обладать разными особенностями (например, непрерывное изменение, изменение, носящее пульсирующий характер, всплески).

Определенный интерес вызывает также возможность прогнозирования того момента времени, в который функция $S(t)$ впервые пересекается с функцией $R(t)$, см. рис. С.8, или вероятность возникновения такого события в пределах определенного промежутка времени. Эти соображения приводят к так называемой проблеме «пересечения», которая рассматривается при помощи теории стохастических процессов. Ключевым понятием для таких задач является скорость, с которой случайный процесс $X(t)$ пересекает границу или уровень ξ , меняя знак с минуса на плюс (или пересекает с положительным наклоном), как показано на рис. А.9. Эта скорость перемены знака является функцией совместной функции плотности вероятностей процесса и его производных, и выражается при помощи формулы Райса:

$$v_{\xi}^{+} = \int_0^{\infty} x f_{XX}(\xi; x) dx \quad (С.21)$$

где скорость, в общем случае, представляет собой среднее по ансамблю значение в момент времени t . Для ряда обычных стохастических процессов при помощи уравнения (С.21) были получены некоторые полезные результаты. Может использоваться важное упрощение, если отдельные пересечения могут рассматриваться как независимые события, и вероятность их возникновения может быть приблизительно вычислена с помощью распределения Пуассона, что может являться разумным предположением в случае событий, характеризующихся воздействием редких нагрузок.

Другая группа проблем, для рассмотрения которых требуется анализ надежности, зависящей от времени, связана с накоплением повреждений, таких как усталость и трещины. Этот случай проиллюстрирован на рис. С.10, посредством фиксированной пороговой величины (например, трещина критического размера) и эффекта от монотонно растущей зависящей от времени нагрузки, или функции повреждения (например, фактический размер трещины в любой заданный момент времени).

Из сказанного выше следует, что выбор наиболее предпочтительного метода решения проблем надежности, зависящей от времени, зависит от ряда вопросов, включая продолжительность рассматриваемого промежутка времени, характер нагрузки и механизмы, обеспечивающие несущую способность, их временные корреляционные характеристики, и предел допустимости, требуемый для оценки вероятности. Все эти моменты могут играть важную роль в установлении соответствующих идеализаций и приближений.

10.5.2. Преобразование в зависящие от времени формулы

Несмотря на то, что в большинстве задач, связанных с конструктивной надежностью существует вероятность присутствия временных изменений, методы, описанные в главах 3 и 4, получили широкое распространение, частично благодаря тому, что во многих случаях тип разрушения, зависящий от времени, можно пре-

образовать в соответствующий тип, не зависящий от времени. Это особенно характерно для случая разрушения вследствие перегрузки, когда отдельные изменяющиеся во времени воздействия, которые обязательно являются случайными процессами, $p(t)$, могут быть смоделированы скорее посредством распределения максимального значения в рамках заданного базового периода времени T , т.е. $X = \max_T \{p(t)\}$, а не распределения с фиксированным моментом времени. Для непрерывных процессов распределение вероятности максимального значения (т.е. наибольшего экстремума) зачастую приближено одним из асимптотических распределений экстремального значения. Следовательно, в случае конструкций, подвергающихся единичному изменяющемуся во времени воздействию, модель, описывающая случайный процесс, заменяется моделью, описывающей случайную переменную, и могут применяться принципы и методы, описанные выше.

Теория сочетания стохастических нагрузок используется в тех случаях, когда конструкция подвергается одновременному воздействию двух или более изменяющихся во времени факторов. Когда эти воздействия независимы, возможно, наиболее важным наблюдением является малая вероятность того, что каждое из воздействий достигает своего максимального возможного значения в один и тот же момент времени. Таким образом, при рассмотрении двух изменяющихся во времени процессов, связанных с нагрузкой, $p_1(t)$, $p_2(t)$, $0 \leq t \leq T$, воздействующих одновременно, и общее воздействие которых может быть выражено посредством линейной комбинации $p_1(t) + p_2(t)$, рассматриваемая случайная переменная выражается при помощи следующего уравнения:

$$X = \max_T \{p_1(t) + p_2(t)\} \quad (\text{C.22a})$$

Если нагрузки являются независимыми, замена величины X выражением $\max_T \{p_1(t)\} + \max_T \{p_2(t)\}$ приводит к получению результатов с большим запасом. Однако распределение величины X может быть получено только в некоторых случаях. Одним из возможных способов решения данной проблемы, который также приводит к использованию относительно простого набора детерминированных правил, это замена X следующим:

$$\max_T \{p_1(t)\} + p_2(t)$$

$$X' = \max_T \left\{ p_1(t) + \max_T \{p_2(t)\} \right\} \quad (\text{C.22b})$$

По этому правилу (правилу Туркстры) максимальное значение суммы двух независимых процессов, описывающих нагрузку, имеет место, когда один из процессов достигает своего максимального значения. Этот результат может быть получен для нескольких независимых нагрузок, изменяющихся во времени. Условия, при описании которых действует это правило, использующееся для оценки вероятности разрушения, описаны в стандартах. Необходимо обратить внимание на то, что вероятность разрушения, присущая набору независимых, одинаково распределенных процессов особого типа (так называемых процессов Ферри, Борхеса, Кастанеды – FBC) может быть вычислена более точно, как описано ниже. Были получены и другие результаты сочетаний ряда других процессов, начиная с формулы пересечения границы (формулы Райса).

Процесс Ферри, Борхеса, Кастанеды (процесс FBC) генерируется последовательными, одинаково распределенными случайными переменными, каждая из которых действует в течение определенного (детерминированного) интервала времени. Это показано на рис.С.11, на котором общий базовый период времени T состоит из повторений n_i , в которых $n_i = T_i / \tau_i$. Следовательно, что процесс Ферри, Борхеса, Кастанеды представляет собой набор прямоугольных импульсов, с изменением амплитуды через равные промежутки времени. Из-за независимости переменных максимальное значение продолжительности базового периода времени T представлено следующей формулой:

$$F \max_T X_i(x_i) = [FX_i(x_i)]^{n_i} \quad (\text{C.23})$$

Когда действует сочетание процессов Ферри, Борхеса, Кастанеды и соотношение числа их повторов в заданном базовом периоде времени выражено целыми положительными натуральными числами, в принципе, можно получить распределение экстремальных значений для данного сочетания с помощью рекуррентной формулы. И, что более важно, можно рассматривать сочетание процессов Ферри, Борхеса, Кастанеды, используя алгоритм Раквитца-Физлера в ходе анализа методами надежности первого и второго порядка (FORM и SORM).

Применение набора детерминированных правил, которые совместимы с описанными выше принципами, приводит к появлению коэффициентов сочетания, ψ_{oi} , для каждой изменяющейся во времени нагрузки i . В принципе, эти коэффициенты описывают отношения между квантилями экстремального значения и распределениями с фиксированным моментом времени таким образом, что вероятность превышения расчетного значения, являющаяся следствием сочетания нагрузок, имеет тот же порядок, что и вероятность превышения расчетного значения из-за единичной нагрузки. В случае нагрузок, изменяющихся во времени, они будут зависеть от параметров распределения, расчетного уровня надежности и коэффициентов чувствительности, полученных методами надежности первого и второго порядка (FORM и SORM), а также от частотных характеристик (т.е. базового периода принятого для событий, имеющих постоянную частоту появления) нагрузок, рассматриваемых в рамках любого отдельно взятого сочетания.

10.5.3. Введение в теорию пересечений

При рассмотрении предела безопасности, зависящего от времени, т.е. $M(t) = g(X(t))$, задачей является определение вероятности того, что $M(t)$ может стать равной нулю или менее в течение базового периода времени t_L . Как упоминалось выше, это ведет к возникновению так называемой проблемы «пересечения». Момент времени, в который $M(t)$ становится менее нуля в первый раз называется «временем до разрушения» и представляет собой случайную переменную см. рис. С.12(а), или в пространстве основной переменной, см. рис. С.12 (б). Вероятность того, что $M(t) < 0$ произойдет в течение базового периода времени t_L , называется вероятностью «первого достижения». Несомненно, она идентична вероятности разрушения в течение периода времени t_L .

Для определения вероятности первого достижения требуется понимание теории случайных процессов. В настоящем документе рассматриваются лишь некоторые основные понятия, для того, чтобы понять, каким образом методы, описанные выше, должны быть изменены для решения задач пересечения.

Вероятность первого достижения, $P_f(t)$ в период $[0, t_L]$ выражается следующим образом:

$$P_f(t_L) = 1 - P[N(t_L) = 0 | X(0) \in D] P[X(0) \in D] \quad (\text{С.24.а})$$

где: $X(0) \in D$ показывает, что процесс $X(t)$ начинается в области безопасных значений, и $N(t_L)$ обозначает число случайных пересечений в интервале времени $[0, t_L]$. Второй член уравнения вероятности является эквивалентом $1 - P_f(0)$, где $P_f(0)$ – вероятность разрушения в момент времени $t = 0$. Уравнение (С.28а) может быть повторно записано следующим образом:

$$P_f(t_L) = P_f(0) + (1 - P_f(0))(1 - P[N(t_L) = 0]) \quad (\text{С.24б})$$

При помощи этого уравнения могут быть получены различные приближения, в зависимости от относительной величины членов уравнения. Полезным также является следующее выражение:

$$P_f(t_L) \leq P_f(0) + E[N(t_L)] \quad (\text{С.25})$$

где значение первого члена может быть вычислено при помощи методов надежности первого и второго порядка (FORM/SORM), и ожидаемое количество случайных пересечений, $E[N(t_L)]$ рассчитывается по формуле Райса, или по одному из обобщений. В качестве альтернативы, могут использоваться понятия из описания систем с параллельным соединением элементов.

10.6 Рисунки

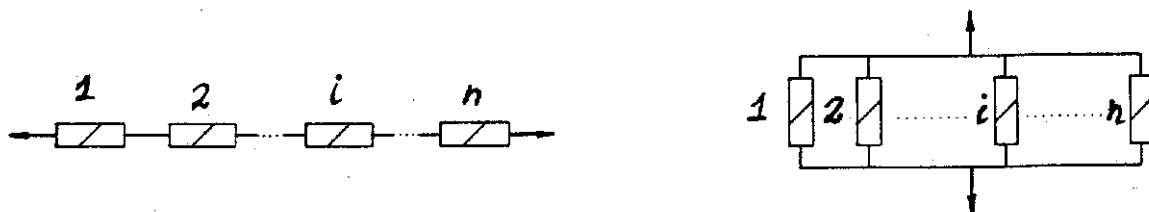
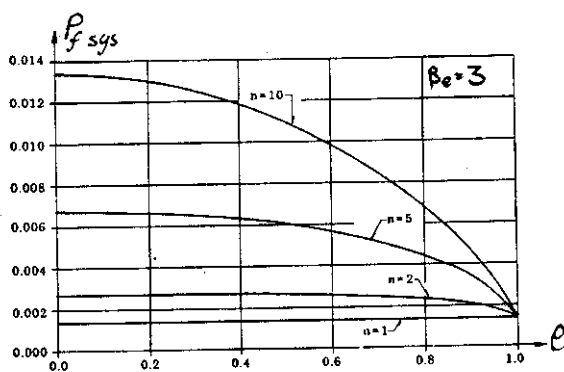


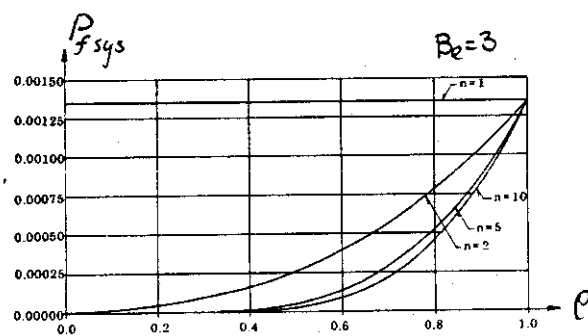
Рис. С.1: Схематическое представление системы с последовательным и системы с параллельным соединением элементов



Рис. С.2. Идеализация реакции конструктивных элементов на перемещение нагрузки

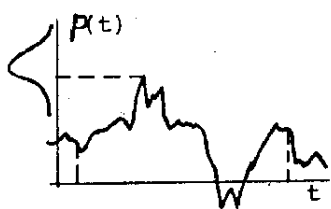


(a) система с последовательным соединением элементов

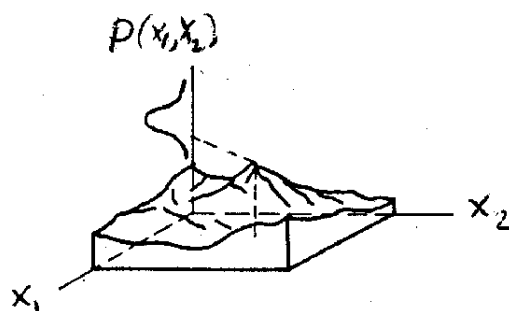


(b) система с параллельным соединением элементов

Рис. С.3. Влияние корреляции элементов и размеров системы на вероятность разрушения

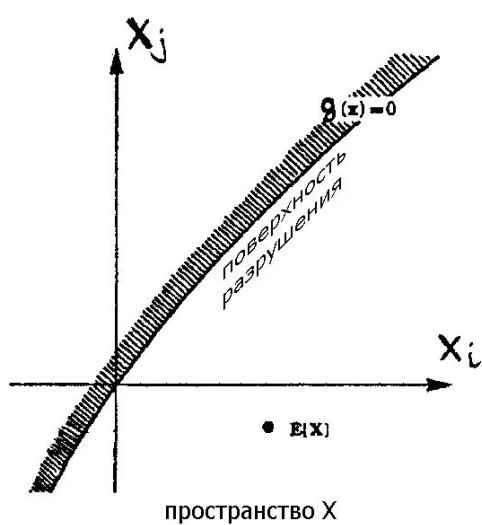


(a) случайного процесса

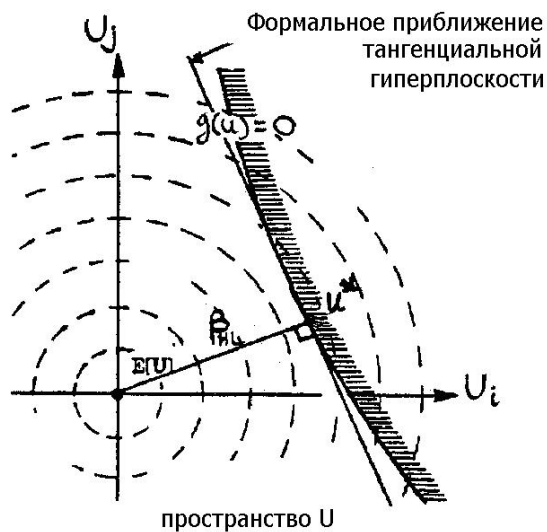


(b) случайного поля

Рис. С.4. Схематические представления



пространство X



пространство U

Рис. С.5. Поверхность предельного состояния в области основной переменной и в стандартном нормальном пространстве

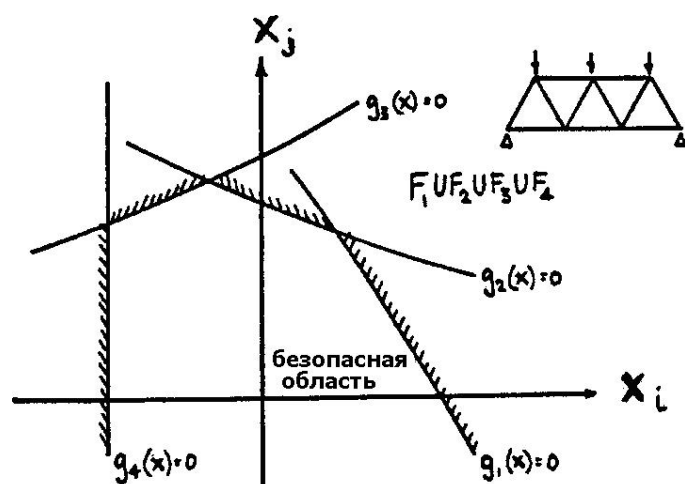


Рис. С.6 (а). Область разрушения в виде сочетания событий, описывающих разрушение элементов в системах с последовательным соединением элементов

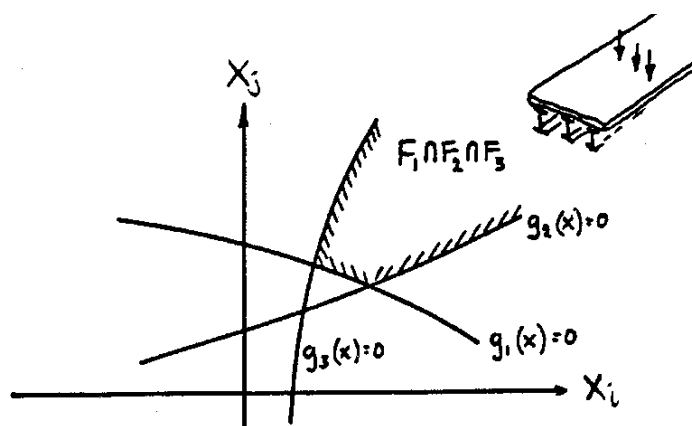


Рис. С.6 (b). Область разрушения с точками пересечения событий, описывающих разрушение элементов в системах с параллельным соединением элементов

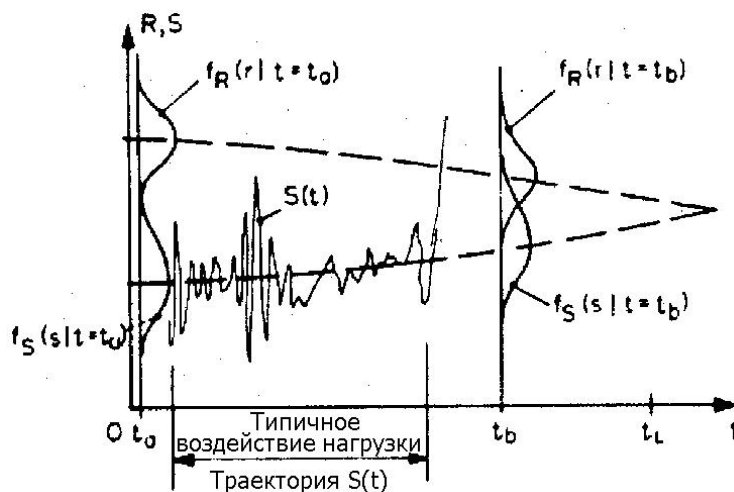
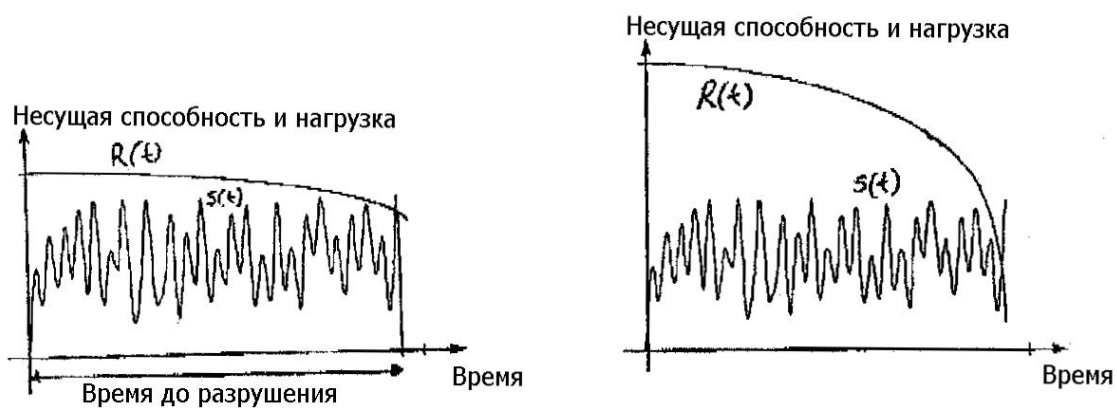


Рис. С.7. Общая задача определения надежности, зависящей от времени



(a) медленное изменение несущей способности

(b) быстрое изменение несущей способности

Рис. С.8. Схематическое описание проблем «пересечения»

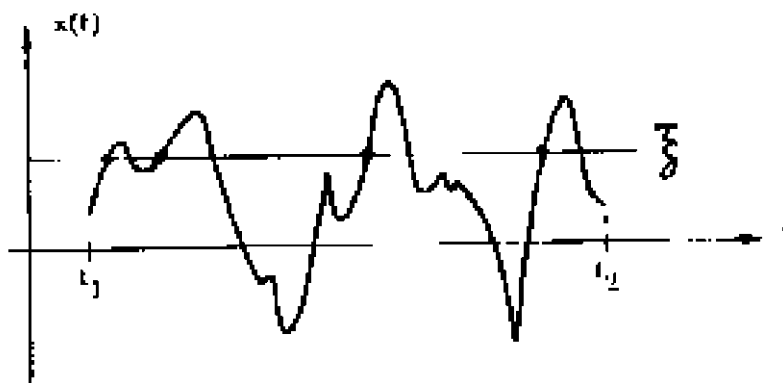


Рис. С.9. Основная проблема пересечения барьера

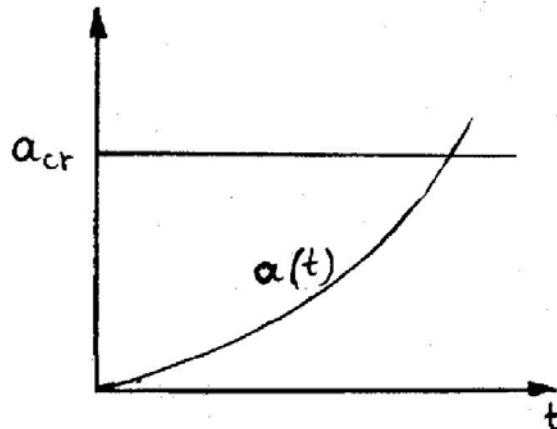


Рис. С.10. Проблема накопления повреждений

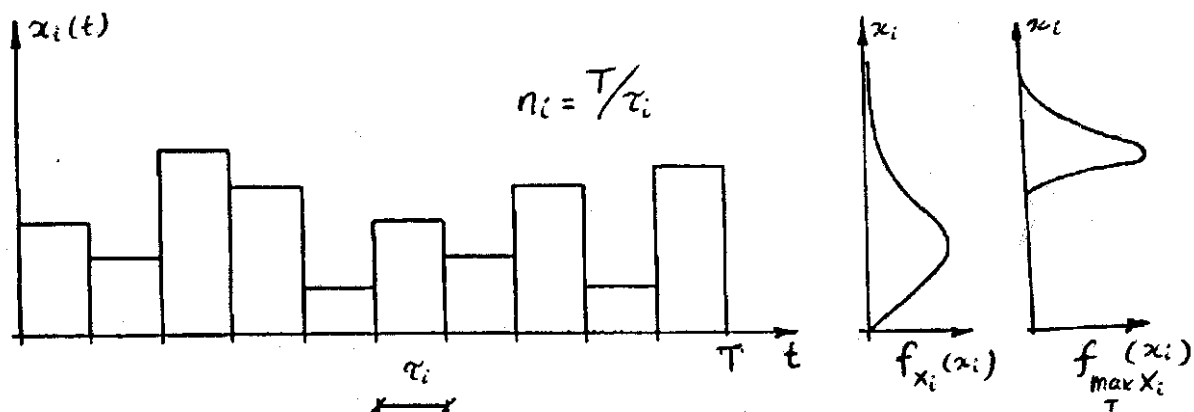


Рис. С.11. Реализация процесса Ферри, Борхеса, Кастанеды

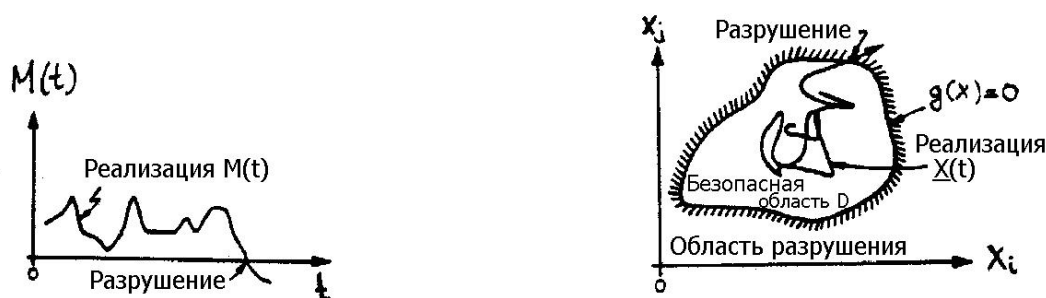


Рис. С.12. Предел безопасности, зависящий о времени и схематическое описание вектора случайных пересечений

10.7 Библиография

- [C1] Ang A H S and Tang W H, Probability Concepts in Engineering Planning and Design, Vol. I & II, John Wiley, 1984.
- [C2] Augusti G, Baratta A and Casciati F, Probabilistic Methods in Structural Engineering, Chapman and Hall, 1984.
- [C3] Benjamin J R and Cornell C A, Probability, Statistics and Decision for Civil Engineers, McGraw Hill, 1970.
- [C4] Bolotin V V, Statistical Methods in Structural Mechanics, Holden-Day, 1969.
- [C5] Borges J F and Castanheta M, Structural Safety, Laboratorio Nacional de Engenharia Civil, Lisboa, 1985.
- [C6] Ditlevsen O, Uncertainty Modelling, McGraw Hill, 1981.
- [C7] Ditlevsen O and Madsen H O, Structural Reliability Methods, J Wiley, 1996.
- [C8] Madsen H O, Krenk S and Lind N C, Methods of Structural Safety, Prentice-Hall, 1986.
- [C9] Melchers R E, Structural Reliability: Analysis and Prediction, 2nd edition, J Wiley, 1999.
- [C10] Thoft-Christensen P and Baker M J, Structural Reliability Theory and its Applications, Springer-Verlag, 1982.
- [C11] Thoft-Christensen P and Murotsu Y, Application of Structural Systems Reliability Theory, Springer-Verlag, 1986.
- [C12] CEB, First Order Concepts for Design Codes, CEB Bulletin No. 112, 1976.
- [C13] CEB, Common Unified Rules for Different Types of Construction and Materials, Vol. 1, CEB Bulletin No. 116, 1976.
- [C14] Construction Industry Research and Information Association (CIRIA), Rationalisation of Safety and Serviceability Factors in Structural Codes, Report 63, London, 1977.
- [C15] International Organization for Standardization (ISO), General Principles on Reliability for Structures, ISO 2394, Third edition.

11. ПРИЛОЖЕНИЕ D: БАЙЕСОВСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

11.1 Введение

В настоящих «Вероятностных модельных нормах JCSS», представленных Объединённым комитетом по надёжности конструкций (JCSS), изложены функции распределения и соответствующие модели параметров для нагрузок и конструкционных свойств с целью расчета вероятности разрушения для последующего сравнения с расчетными показателями надёжности. Настоящее приложение представляет руководство по интерпретации входных данных и результатов таких расчетов.

В целях исследования будут упомянуты 3 вероятных варианта интерпретации:

1. частотная интерпретация
2. чисто формальная интерпретация
3. Байесовская интерпретация

Данные интерпретации будут рассмотрены в следующем разделе.

11.2 Исследование

Частотная интерпретация является прямолинейной. Это означает, что при изучении на протяжении длительного периода времени, скажем, T большого количества похожих конструкций N , каждой имеющей частоту разрушений p [1/год], можно ожидать, что количество разрушений не будет слишком отклонено от pTN . Отклонение должно находиться в пределах правил комбинаторных вероятностных расчетов. Подобная интерпретация, тем не менее, может быть обоснована в «неподвижной» окружающей среде, где количество статистических и теоретических данных для всех функций распределения очень велико. Следует понимать, что подобная частотная интерпретация вероятностей разрушения абсолютно исключена в проектировании конструкций. Почти во всех случаях данные будут являться слишком скудными и общими по своей природе. Хотя, стоит отметить, что частотная интерпретация все же может быть использована в условном смысле. Утверждение о том, что конструкция имеет некую вероятность разрушения (при наличии ряда статистических моделей для различных переменных), является полезным и значимым.

Интерпретация, упомянутая выше под номером 2 – формальный подход, который полностью признает факт, что цифры, используемые в анализе, в большей степени основаны на идеях, чем на статистических данных. Без интерпретации или наличия смысла статистический метод расчета считается чисто формальной процедурой. Такая процедура может считаться более полной и последовательной по сравнению, например, с

методом частных коэффициентов или методом допустимого напряжения. Основным принципом считается то, что процедура статистического метода расчета, приводящая в среднем к тому же результату, что и ее предшественники, по крайней мере, является равно полезной или лучшей, чем другие методы. Калибровка на средний результат является ключевым аспектом, а абсолютные значения распределений и вероятности разрушений совсем не имеют значения. Альтернативные нормы, предписывающие более высокие стандартные отклонения (являющиеся результатом более высокой вероятности разрушения) и соответствующие более высокие расчетные вероятности, приравниваются к данным нормам.

В некоторой степени данная формальная интерпретация имеет множество преимуществ, но ее сложно придерживаться. Во многих случаях, по крайней мере, является удобным, когда различные значения в расчете вероятностей имеют какое-либо значение в реальном мире. В данных нормах должно быть возможным, например, представить вопрос о распределении функций в качестве лучшего способа для описания отсутствия наших знаний, и использовать его в качестве априорных предположений для Байесовских процедур обновления в случае появления новых данных. Также должно быть возможным использовать эти модели для принятия решений в проектировании конструкций, а процедуры оптимизации – для расчетных уровней надежности. Если это не представляется возможным, тогда метод теряет многие свои свойства и актуальность.

Исследование идет далее по направлению к Байесовской интерпретации вероятностей, где последние рассматриваются как наиболее возможные выражения степени убежденности в наступлении определенного события. Байесовская интерпретация не заявляет, что вероятности являются прямыми и объективными прогнозирующими факторами частоты наступления событий, которые могут наблюдаться на практике. Единственное утверждение Байесовской интерпретации заключается в том, что, при тщательном анализе, вероятности будут являться верными, если они будут усреднены с учетом большого количества ситуаций выбора. Требованием выполнения данного утверждения, конечно, является то, что чисто интуитивная часть не является ни систематично оптимистичной, ни систематично пессимистичной. Калибровка к общей практике в среднем может считаться приемлемым способом достижения цели.

На первый взгляд вышеупомянутое утверждение может показаться неясным и неудовлетворительным. Казалось бы, возникает почти безграничная свобода для непроверенных оценок, основанных только на личной интуиции. В данном случае следует иметь в виду следующее:

(1) в случае отсутствия данных такие статистические параметры как средние и стандартные отклонения рассматриваются не как детерминированная точечная оценка, а как случайная величина, обычно с более большим разбросом; в данных нормах разброс представляет собой не мнение отдельного инженера, а оценку группы инженеров.

(2) в случае наличия данных, оценка может (а чаще должна) быть улучшена на основе этих данных; минимальным требованием является то, что интуитивные вероятностные модели не должны противоречить данным.

В рамках Байесовской теории вероятности эти отправные точки были строго формализованы. До тех пор, пока отсутствуют данные, используются так называемые неинформативные или неясные априорные предположения. С учетом наблюдений, априорные данные могут быть обновлены до так называемого апостериорного распределения, используя Байесовскую теорему. Более подробно читатель может ознакомиться в главе 3.0, Свойства материалов, Общие принципы, Приложение А. Следует отметить, что в случае наличия достаточных данных, эта процедура будет иметь тенденцию склоняться к вероятностным высказываниям, которые могут быть интерпретированы исключительно частотно.

Данные могут быть, конечно, доступны частями: в таком случае апостериорное распределение, следующее из первой части, может быть использовано как априорное распределение для второй части данных. Это именно то самое, что присутствует в разных главах Части 2 и 3: распределения могут часто рассматриваться как «априорное предположение, основанное на данных», на основе данных из общих мировых совокупностей. Данные модели могут быть «обновлены» в случае наличия данных конкретного объекта или автора.

Говоря практическим языком, отсутствие статистических данных может привести к (1) неопределенности в статистических параметрах (среднее, стандартное отклонение и т.д.) и (2) неопределенности в характере распределения (нормальное, логнормальное, Вейбулла и т.д.). Выясняется, что последний тип неопределенности требует нереально много данных, чтобы достичь существенного уменьшения, в то время как результаты расчетов могут быть очень чувствительными к нему. Кроме того, такие большие наборы данных, выполняющие требование стационарности, вряд ли будут доступны. Именно в этом вопросе необходима стандартизация входных данных. Следует отметить, что в этих нормах большинство типов распределения носят характер "точечной оценки", пренебрегая в некоторой степени неопределенностью распределения.

11.3 Заключение

Выводом из вышесказанного является то, что распределения и вероятности в данных модельных нормах должны быть подвергнуты Байесовской интерпретации. Можно использовать распределения как начало обновления при наличии конкретных, относящихся к конструкции данных и в качестве основы для оптимизации.

Некоторые итоговые размышления:

(1) Цифры, приведенные в данных нормах, не включают в себя эффект суммарных погрешностей. Это один из источников отклонений между расчетными вероятностями и частотой разрушений на практике.

(2) Обоснованием Байесовского вероятностного подхода при принятии решений является то, что он делает, так или иначе неизбежную доказательную часть развернутой и сводит ее влияние к минимуму. Возвращение к так называемым детерминированным процедурам из-за отсутствия статистических данных не является реальной альтернативой.

(3) В Байесовской процедуре априорные данные, при отсутствии развернутых данных, часто называют «субъективными» или «личными». В данных нормах это была бы неверная терминология. Априорные данные являются результатом идей или опыта не отдельного человека, а целой большой группы экспертов. Это дает распределению некоторую степень объективности, но, тем не менее, опять же на интуитивном уровне.

(4) Система данных распределений и их использование в Байесовских процедурах обновления и принятия решений может сама по себе рассматриваться как формальная процедура.

ЧАСТЬ 2. МОДЕЛИ НАГРУЗКИ

2.0 ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ

2.0.1 Введение

Среда, в которой используются системы конструкций, приводит к возникновению внутренних усилий, деформаций, износа материалов и других кратковременных и долговременных последствий для данных систем. Причины, приводящие к таким последствиям, называются воздействиями. Среда, порождающая эти воздействия, может быть естественной, например, среда возникновения снега, ветра или землетрясения. Или она может быть связана с деятельностью человека, например, проживанием в жилом доме, работой на фабрике и т.д.

В настоящем документе используются следующие понятия о воздействиях.

1) Воздействие – совокупность сосредоточенных или рассредоточенных сил, воздействующих на конструкцию. Данный вид воздействия также обозначается как «нагрузка».

2) Воздействие – вызванные временной нагрузкой смещения или температурные воздействия на конструкцию. Данный вид воздействия часто обозначается как «непрямое воздействие».

3) Воздействие – влияние окружающей среды, которое со временем может вызвать изменения в свойствах материалов или в размерах конструкции.

Характеристика воздействий в большинстве случаев основывается на соответствующих простых математических моделях, характеризующих временные, пространственные свойства и свойства направленности воздействий во всех элементах конструкции. Выбор уровня детализации регулируется путем соблюдения баланса между качеством доступной информации и достаточно точным моделированием эффекта воздействия. Выбор уровня приближенности к реальным условиям и точности в прогнозировании соответствующего эффекта воздействия, во времени, регулируется чувствительностью предполагаемых проектных решений к вариациям в данном уровне и экономической значимостью данных решений. Следовательно, одно и то же явление воздействия может послужить причиной возникновения ряда различных моделей воздействия, в зависимости от последствия и исследуемой конструкции.

2.0.2 Классификации

Нагрузки могут подразделяться по ряду характеристик. По типу нагрузок, выделяются следующие классы нагрузок:

- собственный вес конструкций
- нагрузка в зданиях от людей и оборудования
- воздействия, вызванные производственной деятельностью, например, нагрузки на силосные сооружения
- воздействия, вызванные транспортировкой: движение транспорта, движение жидкости в трубопроводе, грузоподъемные краны, ударная нагрузка и т.д.
- климатические воздействия, например, снег, ветер, внешняя температура и т.д.
- гидравлические воздействия, например, давления воды и грунтовых вод
- воздействия, вследствие движения грунта или горных пород, включая землетрясения

Данная классификация не включает все из возможных воздействий, однако наиболее общие типы воздействий могут быть отнесены к одному или нескольким классам. Некоторые классы полностью принадлежат к контролируемым воздействиям, либо к неконтролируемым воздействиям. Другие воздействия могут принадлежать к обоим типам, например, давление воды.

В отношении изменений во времени может быть проведена следующая классификация:

- **постоянные воздействия**, в которых изменения среднего значения во времени незначительны и происходят медленно (например, собственная нагрузка, давление грунта) либо, которые монотонно приближаются к предельному значению (например, преднапряжение, деформация в результате строительных процессов, воздействия температур, усадочная деформация, ползучесть или осадка)
- **переменные воздействия**, в которых изменения во времени происходят часто и являются существенными (например, все воздействия, связанные с использованием конструкции и большая часть внешних воздействий, таких, как ветер и снег)
- **исключительные воздействия**, величина воздействия которых может быть значительной, однако вероятность наступления которых для данной конструкции мала относительно предполагаемого времени использования. Чаще всего их продолжительность кратковременна (например, ударные нагрузки, взрывы, оползни или снежные лавины).

В отношении пространственных колебаний полезно различать фиксированные и свободные воздействия. Фиксированные воздействия имеют заданное пространственное распределение интенсивности во всех элементах конструкции. Они являются полностью определенными, если интенсивность задана в конкретной точке конструкции (например, давление грунта или воды). Для свободных воздействий пространственное распределение интенсивности варьируется (например, регулярная нагрузка от людей в здании, несмотря на то, что этот вид нагрузки относится к переменным воздействиям).

2.0.3 Моделирование воздействий

Существует два важных аспекта, характеризующие воздействие: физический и статистический. В большинстве случаев данные аспекты могут быть без труда отделены друг от друга. Так, физическое описание

представляет физические данные, характеризующие модель воздействия, например, вертикальная сила, распределенная на заданную площадь. Статистическое описание представляет статистические свойства переменных, например, функцию распределения вероятностей. В некоторых случаях физические и статистические аспекты настолько интегрированы, что их нельзя рассматривать по отдельности.

Полная модель воздействия в целом состоит из нескольких частей, описывающих величину, расположение, направление, длительность воздействия и т.д. Иногда происходит взаимодействие между этими компонентами. В некоторых случаях может наблюдаться взаимодействие между воздействием и откликом конструкции.

Во многих случаях можно выделить два типа переменных (составных частей). F_0 и W , описывающих воздействие F (см. также часть 1, Основы проектирования).

$$F = \varphi(F_0, W) \quad (2.0.3.1)$$

F_0 – это базовая переменная воздействия, которая прямо связана с событием, ставшим причиной воздействия и которую следует по возможности определять как независимую от конструкции. Например, при снеговой нагрузке F_0 – это снеговая нагрузка на землю, на плоскую горизонтальную поверхность.

W – это некоторый коэффициент преобразования или параметр модели, представленный в преобразовании базового воздействия в воздействие F , которое влияет на ту или иную конструкцию. W может зависеть от формы и размера конструкции и т.д. Для примера со снеговой нагрузкой W – это коэффициент, который преобразует снеговую нагрузку на землю в снеговую нагрузку на крышу и, который зависит от уклона ската крыши, типа поверхности и т.д.

$\varphi(-)$ – это соответствующая функция, зачастую простое произведение.

Как правило, в F_0 включена временная вариативность, в то время как W может часто рассматриваться как независимый от времени. В большинстве случаев систематическая составляющая вариативности пространства воздействия включена в W , в то время, как F_0 или W может содержать вероятную случайную составляющую. Уравнение (2.0.3.1) следует рассматривать как схематическое уравнение. При одном типе воздействия может присутствовать несколько переменных F_0 и нескольких переменных W .

Любая модель воздействия содержит набор параметров и переменных, которые должны быть проанализированы до использования модели. Предполагается, что в вероятностном моделировании все переменные воздействия являются случайными переменными или процессами, в то время как другие параметрами могут быть временные или пространственные координаты, направления и т.д. Иногда параметры сами по себе могут являться случайными переменными, например, тогда, когда модель допускает статистическую неопределенность вследствие небольшого размера моделей.

Модель воздействия часто включает в себя две или более переменные различного характера, как описано в уравнении (2.0.3.1). Для каждой переменной следует выбрать подходящую модель так, чтобы полная модель воздействия состояла из числа моделей для индивидуальных переменных.

Данные модели могут характеризоваться на основе:

- стохастических процессов или случайных полей
- последовательности случайных переменных
- индивидуальных случайных переменных
- детерминированных значений или функций

Определение моделей для данного количества требует распределения вероятностей (см. Приложение 2) и описания схем корреляции.

2.0.4 Модели изменений во времени

2.0.4.1 Типы моделей

Для описания изменений нагрузок во времени необходимо знать характер распределения вероятности для «произвольной точки интервала времени» и иметь описание этих изменений во времени. Некоторые типичные модели процессов (см. рис. 2.0.4.1):

- а) Непрерывный и гладкий процесс;
- б) Случайная последовательность;
- в) Точечно-импульсный процесс, со случайно распределенными во времени импульсами;
- г) Процесс в виде прямоугольных, случайно распределенных во времени импульсов;
- д) Процесс в виде прямоугольных импульсов через равные интервалы времени Δ .

Если показатели интенсивности нагрузки в следующие друг за другом интервалы времени в соответствии с моделью (е) никаким образом между собой не связаны, модель называют моделью Ферри, Борхеса, Кастанеды (модель FBC).

Во многих приложениях используется несколько моделей, например, для описания ветра среднее значение за длительный период зачастую моделируется при помощи модели FBC, а кратковременный процесс с порывами ветра описывают при помощи непрерывного гауссовского процесса. Такие модели называют иерархическими моделями (см. Часть 1, Основы проектирования, раздел 5.4). Каждый член такой модели описывает характерные и независимые друг от друга части вариаций во времени. В Приложении 1 представлен ряд дополнительных определений и понятий.

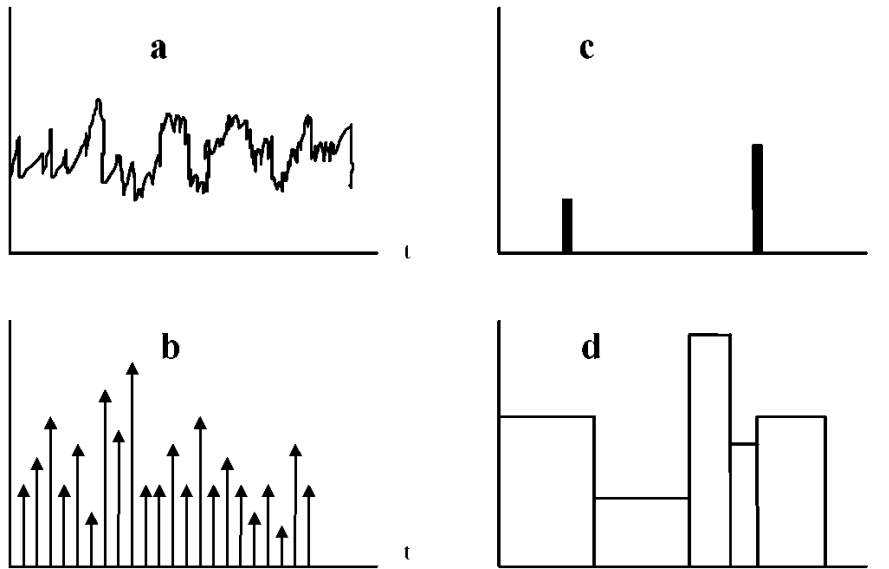


Рис. 2.0.4.1: Различные типы моделей нагрузки

2.0.4.2 Распределение экстремальных значений одиночных процессов

При проектировании внимание, как правило, направлено на максимальное значение нагрузки в определенный базовый период времени t_0 . Достаточно часто используемая и полезная формула верхней границы для вычисления распределения максимального значения представлена следующим образом:

$$F_{\max F}(a) \cong \exp[-t_0 v^+(a)] \quad (2.0.4.1)$$

Частота перемены знака $v^+(a)$:

$$v^+(a) = P\{F_t < a \text{ и } F_{t+dt} > a\} / dt \quad (2.0.4.2)$$

Для модели FBC $v^+(a)$ представлено следующим образом:

$$v(a) = (1 - F_F(a)) F_F(a) / \Delta t \cong (1 - F_F(a)) / \Delta t \quad (2.0.4.3)$$

И для непрерывного гауссовского процесса:

$$v^+(a) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{-\rho''(0)} \exp(-\beta^2 / 2) \quad (2.0.4.4)$$

где: $\beta = (\alpha - \mu(F)) / F(F)$ и ρ = корреляционной функции.

2.0.4.3 Распределение экстремальных значений иерархических процессов

Рассмотрим случай, при котором модель нагрузки содержит медленно и быстро изменяющиеся составляющие, а также случайные переменные, характеристики которых постоянны во времени (см. рис. 2.0.4.2).

$$F = R + Q + S \quad (2.0.4.5)$$

R = случайные переменные, характеристики которых постоянны во времени;

Q = медленные прямоугольные импульсы со средней скоростью обновления λ .

S = процесс быстрых изменений.

В этом случае может использоваться следующее выражение (см. приложение 3, А.3.5):

$$F_{\max F}(a) = E_R[\exp[\lambda t_0 [1 - E_Q \exp(-\Delta t v_s^+(a|RQ))]]] \quad (2.0.4.6)$$

$v_s^+(a|RQ)$ = скорость пересечения уровня «а» процессом S , в условиях R и Q .

$\Delta t = 1 / \lambda$ = интервал времени появления прямоугольных импульсов Q

E_R и E_Q обозначают операторы математического ожидания для переменных R и Q соответственно.

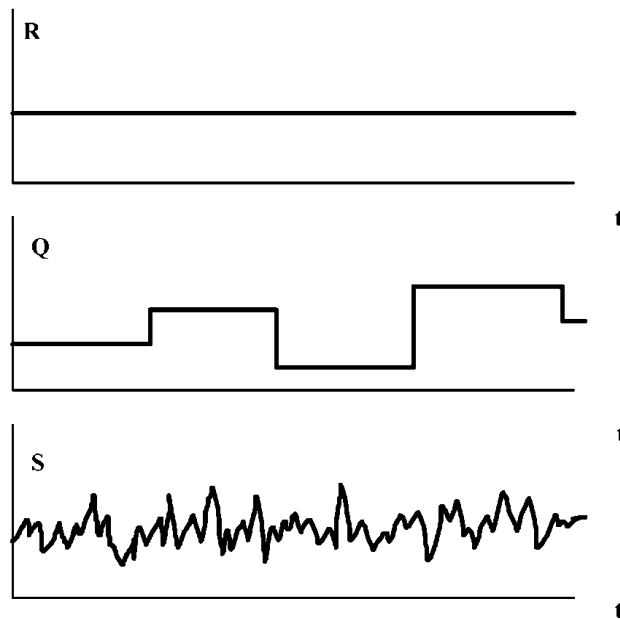


Рис. 2.0.4.2: Иерархическая модель зависящих от времени нагрузок

2.0.5 Модели пространственной переменности

2.0.5.1 Иерархические модели

В качестве примера пространственного моделирования воздействий с использованием иерархической модели рассмотрим рабочую нагрузку в офисном здании:

$$F = m + \Delta F_1 + \Delta F_2 + \Delta F_3(x, y) \quad (2.0.5.1)$$

где:

m – общее среднее значение для всей совокупности.

ΔF_1 – стохастическая переменная, характеризующая изменение **между** нагрузкой на разных этажах. Функция распределения для ΔF_1 имеет среднее значение ноль и стандартное отклонение a_1

ΔF_2 – стохастическая переменная, характеризующая изменение **между** нагрузкой в комнатах с разной площадью, находящихся на одном этаже. Функция распределения для ΔF_2 имеет среднее значение ноль и стандартное отклонение c_1

ΔF_3 – случайное поле, характеризующее пространственную переменность нагрузки **внутри** комнаты.

Общая переменность выборки, сделанной из всей совокупности, описывается так $\Delta F_1 + \Delta F_2 + \Delta F_3$.

Переменность внутри подсовкупности этажей описывается так $\Delta F_2 + \Delta F_3$.

2.0.5.2 Эквивалентная равномерно распределенная нагрузка (EUDL)

Рассмотрим простую иерархическую модель распределения нагрузки, представленной в:

$$q(x, y) = q_o + q_{loc}(x, y) \quad (2.0.5.2)$$

q_o = переменность между различными конструкциями или элементами конструкций.

q_{loc} = мелкий масштаб или двухточечные колебания.

Во многих случаях случайное поле q заменяется так называемой эквивалентной равномерно распределенной нагрузкой (EUDL). Такая нагрузка определяется как:

$$q_{EUDL}(t) = \frac{\int q(x, y, t) i(xy) dA}{\int i(xy) dA} \quad (2.0.5.3)$$

когда $i(x, y)$ – это функция влияния для определенного эффекта нагрузки (напр. изгибный момент середины пролета).

Для данных статистических свойств поля нагрузки $q(x, y)$ может быть вычислено среднее и стандартное отклонение q_{EUDL} . Для однородного поля – это случайное поле, где статистические свойства $q(x, y)$ не зависят от расположения, ниже представлены вытекающие формулы:

$$\mu(q_{EUDL}) = \mu(q_o) \quad (2.5.0.4)$$

$$\sigma^2(q_{EUDL}) = \sigma^2(q_o) + \sigma^2(q_{loc}) \int \int \int \int i(x, y) i(\xi, \eta) p(d) dx dy d\xi d\eta / \left[\int \int i(x, y) dx dy \right]^2 \quad (2.0.5.5)$$

В данном случае $p(d)$ – это корреляционная функция, характеризующая корреляцию между нагрузкой мелкого масштаба q_{loc} по двум точкам (x, y) и (ξ, η) . Данная функция может принимать форму:

$$\rho(\Delta r) = \exp\left\{-\Delta r^2/d_c^2\right\} \quad (2.0.5.6)$$

с $\Delta r^2 = (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2$, при Δr – расстояние между двумя точками, а d_c – расстояние по шкале.

Корреляционная функция стремится к нулю при расстояниях Δr , которые намного больше d_c .

Если поле может быть схематизировано как FBC-поле, то формула для $c^2(q_{EUDL})$ может быть упрощена до:

$$\sigma^2(q_{EUDL}) = \sigma^2(q_i) + \sigma^2(q_{loc}) \kappa A_o / A \quad (2.0.5.7)$$

Здесь A_o – это условная площадь FBC-поля, а A – общая рассматриваемая площадь или так называемая вспомогательная площадь. Формула действительна только при $A > A_o$.

Параметр κ – это коэффициент, который зависит от формы линии влияния $i(x,y)$. Значения представлены на рис. 2.5.0.1. Число $\kappa = 1$ соответствует постоянному значению $i(x,y)$.

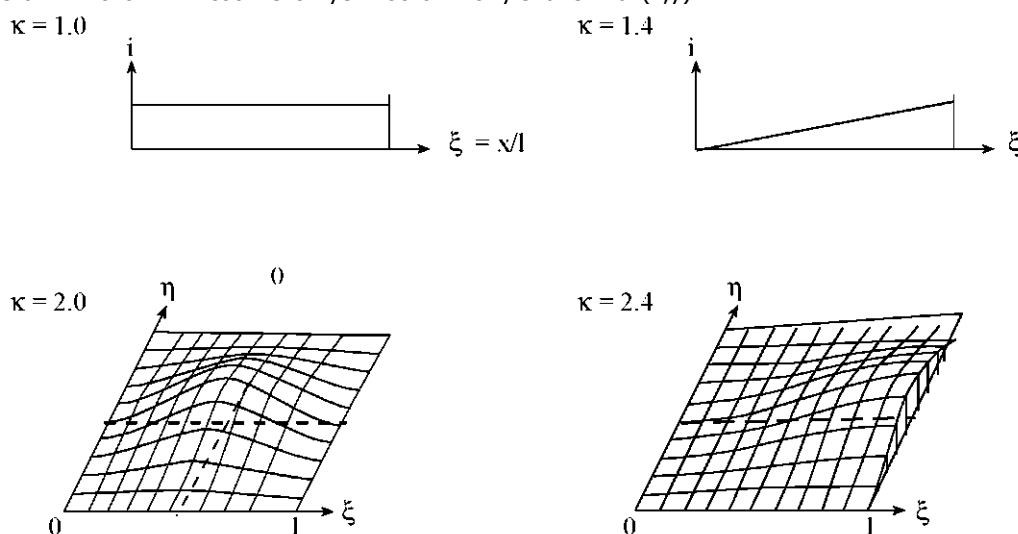


Рис. 2.5.0.1: Случайные поля и соответствующие κ -значения

2.0.6 Взаимодействия и корреляции между воздействиями

При описании зависимостей, существующих между различными воздействиями, полезно различать следующие воздействия:

- воздействия одинакового характера;
- воздействия разного характера.

К воздействиям, имеющим одинаковый характер, относится, например, нагрузка на перекрытие в различных участках одного здания или ветровая нагрузка на переднюю и заднюю стены. Сочетание воздействий, оказываемых ветром и снегом, является типичным примером сочетания воздействий различного типа. Необходимо заметить, что иногда ситуация может быть менее ясной: может быть трудно определить, являются ли нагрузки на перекрытие абсолютно разных типов в пределах одного здания (например, нагрузка в офисном помещении и на складе) нагрузками одинакового или разного характера.

Если воздействия имеют одинаковый характер, их лучше рассматривать как составляющие одного и того же воздействия. Различные составляющие, как правило, описываются при помощи похожих вероятностных моделей. Основной проблемой в таком случае является моделирование статистической зависимости между этими процессами. Как правило, это является чисто математической проблемой. Тонкости математического описания этих зависимостей зависят от формы физических соотношений и природы самих процессов. Одним из возможных методов является построение иерархической модели, как описывалось в п. 2.5.1. В качестве альтернативы корреляция двух стационарных непрерывных гауссовских процессов $x(t)$ и $y(t)$ может быть описана посредством функции кросс-корреляции $R_{xy}(\tau)$ или при помощи взаимного спектра $S_{xy}(\omega)$ (см. Приложение 1). Для процессов импульсного типа, возможно, придется различать корреляции по амплитуде, времени прибытия и длительности. Нагрузки на перекрытия в многоэтажных зданиях представляют собой отличный пример того, насколько значимыми являются все три корреляции.

Если воздействия имеют разный характер, в некоторых случаях они могут демонстрировать достаточно сложные физические взаимодействия. Следующие примеры являются типичными:

Снег и ветер

Одновременное воздействие снега и ветра может привести к тому, что из-за ветра снижается суммарная снеговая нагрузка на крышу. Однако в зданиях определенной конфигурации совместное воздействие ветра и снега может привести к приложению значительно большего количества нагрузки на отдельных участках. Эта взаимосвязь между ветром и снегом имеет место даже в тех случаях, когда ветер и снег являются статистически абсолютно независимыми друг от друга процессами (что таковым не является). В подобных случаях необходима более сложная модель (см. уравнение 2.0.3.1), согласно которой конечная нагрузка рассчитывается как функция скорости ветра и интенсивности снега. Кроме того, может понадобиться статистическая корреляция между ветром и снегом как составляющими одной многокомпонентной атмосферной системы.

Землетрясение и пожар

Землетрясения зачастую сопровождаются пожарами: вследствие повреждения трубопроводов и систем отопления может возникнуть утечка газа, которая может спровоцировать пожар. Считается, что землетрясение действует как «пусковой механизм» для начала пожара. Для того чтобы тщательным образом проанализировать это взаимодействие, необходимо рассмотреть следующее:

1. вероятность возникновения пожара в условиях произошедшего землетрясения, и
2. вероятность обрушения в условиях произошедшего землетрясения и возникшего пожара.

При рассмотрении второго случая следует также учитывать, что все средства тушения пожара могут находиться в нерабочем состоянии, и сооружение может уже быть повреждено при землетрясении.

Кроме того, конечно, необходимо принимать во внимание стандартные случаи обрушения исключительно вследствие землетрясения и разрушения исключительно по причине пожара.

Ветер и движение транспорта на мостах

Движение транспорта на мостах способствует увеличению ветровой нагрузки, но при сильном ветре интенсивность движения снижается. Может понадобиться модель, описывающая силу ветра в условиях движения транспорта и скорости ветра, а также модель, описывающая условную плотность распределения вероятности интенсивности движения транспорта как функции скорости ветра.

Таким образом, во всех приведенных выше примерах является необходимым: во-первых – построение более развитой физической модели; во-вторых – условных вероятностных моделей одной из нагрузок в экстремальных условиях. В большинстве случаев, возможно, удобно обозначить один из процессов в качестве «определяющего» и описывать время наступления и амплитуду другого процесса как обусловленные возникновением и амплитудой первого процесса.

В настоящих модельных нормах представлено лишь незначительное число рекомендаций по данному вопросу. Однако, специалист, использующий настоящие нормы, всегда должен знать о возможных корреляциях и взаимодействиях. Необходимо обратить особое внимание на то, что эти взаимодействия могут играть важную роль в обеспечении надежности сооружения.

2.0.7 Комбинации воздействий

С точки зрения математического моделирования нагрузка на конструкцию представляет собой объединенный набор $F(t)$ варьирующихся по времени случайных полей. Этот ряд нагрузок дает векторный эффект нагрузки $E(t)$ в заданном сечении или точке конструкции при времени t как функция $F(t)$ (т.е. случайный процесс). В скалярном выражении мы получаем:

$$E(t) = c_1 F_1(t) + c_2 F_2(t) + \dots \quad (2.0.7.1)$$

Задача надежности, относящаяся к рассматриваемому вопросу, заключается в расчете вероятности P_f , где $F_{\max}(t)$ E V для всего будущего времени V – это домен безотказной работы, определяемый свойствами прочностной в рассматриваемой точке и предельным состоянием.

Задача комбинации нагрузки – сформулировать достаточно простую, и в то же время обоснованно реалистичную для рассматриваемых целей проектирования математическую модель, которая будет определять $F(t)$. Необходимый уровень детального моделирования $F(t)$ зависит от фильтрующего эффекта функции, которая отображает $F(t)$ как эффект нагрузки $E(t)$. Данный фильтрующий эффект рассматривается с учетом чувствительности вероятности P_f к детализации моделей. Вопрос чувствительности связан с последней частью задачи комбинации нагрузки, которая заключается в вычислении значения P_f . Таким образом, для того, чтобы функционировать, моделирование $F(t)$ должно быть достаточно простым, чтобы дать возможность проводить, по крайней мере, компьютерную симуляцию скалярного процесса $E(t)$ в той степени, в которой этого достаточно для оценки P_f .

В первую очередь идентифицируется набор различных типов воздействий. Данная идентификация определяет количество элементов в наборе $F(t)$ и подразделение $F(t)$ на стохастические независимые подмножества. Далее моделирование концентрируется на каждом из данных множеств с зависимыми компонентами.

Математическая сложность решения вероятностей для частот случайного пересечения процессов типа (см. уравнение 2.0.7.1) заключается в вероятной различной природе составляющих F_i . Каждый из этих процессов может быть абсолютно разным по своей природе, включая все виды продолжительных и периодических процессов. Зачастую свою необходимость доказывают числовые решения, но аналитические решения также могут оказаться очень полезными. Ссылка дана на Приложение 3 и на список литературы.

Приложение 1. Определения

Ковариационная функция

Ковариационная функция $r(t_1, t_2)$ определяется следующим образом:

$$r(t_1, t_2) = E[(F(t_1) - m_1)(F(t_2) - m_2)]$$

$$m_1 = E[F(t_1)] \quad m_2 = E[F(t_2)]$$

Стационарные процессы

Процесс определяется для $-\infty < t < \infty$. Если для всех значений t_1 и всех значений τ , выбранных таким образом, что $0 \leq t_i \leq t_0$ и $0 \leq t_i + \tau \leq t_0$, случайная переменная $x(t_i + \tau)$ имеет ту же самую функцию распределения, как и в случае случайной переменной $x(t_i)$, стохастический процесс $x(t)$ является стационарным.

Если среднее значение функции $m(t)$ является постоянным и ковариационная функция $r(t_1, t_2)$ полностью зависит от разности $\tau = (t_2 - t_1)$, процесс считается стационарным в широком смысле.

Таким образом, ковариационная функция для стационарного или стационарного в широком смысле процесса может быть записана в следующем виде:

$$r(\tau) = E[(F(t + \tau) - m)(F(t) - m)]$$

Используемое понятие «стационарный», которое относится к процессам, обозначающим воздействия, должно в большинстве случаев трактоваться как «стационарный в широком смысле».

Эргодические процессы

Процесс является эргодическим, если усреднение нескольких его реализаций и усреднение по времени (или другому показательному параметру) дают одинаковые результаты.

Для эргодического процесса отношение между функцией распределения с фиксированным моментом времени F и временем отклонения t для конкретного базового периода времени t_o определяется следующим образом:

$$1 - F_F(F) = t / t_o$$

Корреляционная функция

Корреляционная функция для стационарного процесса:

$$\rho(\tau) = \frac{r(\tau)}{r(0)}$$

Для эргодического процесса $\rho(\tau = \infty) = 0$

Спектр

Стационарный стохастический процесс может быть охарактеризован при помощи спектра:

$$S(n) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i2\pi n\tau} r(\tau) d\tau$$

$S(n)$ может рассматриваться как характеристика того, каким образом компоненты с разными частотами формируют этот процесс. Общая вариация процесса:

$$VarQ = 2 \int_0^{\infty} S(n) dn$$

Гауссовский процесс

Стохастический процесс $S(t)$ считается гауссовским процессом, если многомерные функции распределения вероятностей для всех случайных переменных $S(t_i)$ являются гауссовскими. Стохастичность гауссовского процесса полностью определяется средним значением и ковариационной функцией или спектром.

Скалярные процессы Натафа

Особый, но не менее важный класс негауссовских скалярных и дифференцируемых процессов, построенных посредством преобразования нормального процесса без последствия, т.е.

$$S(t) = h(U(t))$$

где: $U(t)$ – стандартный нормальный процесс, а $h(u)$ – произвольная функция. Для $S(t)$ может быть выбрана любая допустимая (униmodalная) функция распределения, описывающая определенный класс функций $h(u)$. В качестве дополнения должна быть представлена автокорреляционная функция $\rho_S(t_1, t_2)$.

Тем не менее, существует ряд ограничений на тип автокорреляционной функции.

Скалярные процессы Эрмита

Процессом Эрмита называется особый тип процесса Натафа. Все предельное распределение должно относиться к процессам Эрмита. Для такого процесса решение интегрального уравнения, использующегося для автокорреляционной функции эквивалентного (или, что лучше, генерирующего) стандартного нормального процесса является аналитическим. Стандартный процесс Эрмита имеет определенную формулировку, т.е. реализуется в виде частной функции $h(u)$

$$S(t) = \kappa(U(t) + \tilde{h}_{3,i}(U(t)^2 - 1) + \tilde{h}(U(t)^3 - 3U(t)))$$

для коэффициентов, зависящих от первых четырех моментов предельного распределения не нормального процесса. Кроме того, процесс Эрмита требует описания автокорреляционной функции $S(t)$. В этом случае также существует ряд ограничений в отношении моментов предельного состояния и на тип автокорреляционной функции.

Скалярные процессы восстановления в виде прямоугольных импульсов

Скалярные процессы восстановления в виде прямоугольных импульсов представляют собой модели, пригодные для рассмотрения процессов с изменяющейся амплитудой в случайных точках восстановления и случайным образом. Скалярный процесс восстановления в виде прямоугольных импульсов характеризуют с помощью параметра периодичности скачков λ , а также функции распределения амплитуды. Восстановления происходят независимо друг от друга. Никакого специфического типа распределения не предполагается в интервале между моментами образования импульсов. Поэтому процесс восстановления, характеризующийся

лишь периодичностью скачков, описывает исключительно долгосрочные статистические данные. Средняя длительность импульсов асимптотически стремится к величине $1/\lambda$. Для частного случая пуассоновского процесса в виде прямоугольных импульсов интервалы между моментами образования импульсов и, следовательно, длительность импульсов имеет экспоненциальное распределение с параметром $1/\lambda$. В частном случае процесса Ферри, Борхеса, Кастанеды значения длительности являются постоянными и число повторений $r = (t_2 - t_1)/\Delta$ с длительностью импульсов Δ равна $\lambda(t_2 - t_1)$. Кроме того, последовательность амплитуд является независимой.

Периодичность скачков может представлять собой функцию времени, так же как и параметры функции распределения амплитуд.

Предполагается, что для процессов в виде прямоугольных импульсов характерен скачок от случайного значения $S(t)$ к новому значению $S^+(t + \delta)$ с $\delta \rightarrow 0$ в момент восстановления и без возврата к нулю. Процессы восстановления в виде прямоугольных импульсов должны быть регулярно происходящими процессами, т.е. частотность появления одного или более восстановлений в течение небольшого интервала времени должна быть пренебрежимо малой (порядка 0). Нестационарные процессы восстановления в виде прямоугольных импульсов представляют собой процессы, имеющие либо изменяющиеся со временем параметры распределений амплитуды и/или изменяющуюся со временем периодичность скачка.

Случайные поля

Случайное поле может рассматриваться как одно- двух - или трехмерный стохастический процесс. Время t заменяется пространственными координатами x, y, z .

Ковариационная функция для двумерного процесса (для стандартного случайного поля):

$$r(d_x, d_y) = E[(F(x + d_x, y + d_y) - m)(F(x, y) - m)]$$

Понятия «стационарный», «эргодический», в принципе, аналогичны понятиям, используемым при рассмотрении стохастических процессов.

Векторные процессы

Статистически два стационарных гауссовских процесса F_1 и F_2 полностью описываются их средними значениями – спектров автокорреляционной функции и взаимного спектра. Последний определяется следующим образом:

$$r_{12}(\tau) = E[(F_1(t + \tau) - m_1)(F_2(t) - m_2)]$$

$$S_{12}(n) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i2\pi n\tau} r_{12}(\tau) d\tau$$

Вектор n -ого стационарного гауссовского процесса может быть описан n -ным числом средних значений, n -ным числом спектров автокорреляционной функции и n -ным числом $(n - 1)$ взаимных спектров. Следует заметить, что величина S_{ij} является комплексно-сопряженным числом S_{ji} .

Приложение 2. Функции распределений

Тип распределения	Параметры	Моменты
Прямоугольное распределение $a \leq x \leq b$ $f_x(x) = \frac{1}{b-a}$	$1 = a$ $2 = b$	$m = \frac{a+b}{2}$ $s = \frac{b-a}{\sqrt{12}}$
Нормальное распределение $\sigma > 0$ $f_x(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right)$	$1 = \mu$ $2 = \sigma$	$m = \mu$ $s = \sigma$
Логарифмически нормальное распределение $x > 0, \zeta > 0$ $f_x(x) = \frac{1}{x\zeta\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \lambda}{\zeta}\right)^2\right)$	$1 = \lambda$ $2 = \zeta$	$m = \exp\left(\lambda + \frac{\zeta^2}{2}\right)$ $s = \exp\left(\lambda + \frac{\zeta^2}{2}\right) \sqrt{\exp(\zeta^2) - 1}$
Смещённое логарифмически нормальное распределение $x > \varepsilon, \zeta > 0$ $f_x(x) = \frac{1}{(x-\varepsilon)\zeta\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(x-\varepsilon) - \lambda}{\zeta}\right)^2\right)$	$1 = \lambda$ $2 = \zeta$ $3 = \varepsilon$	$m = \varepsilon + \exp\left(\lambda + \frac{\zeta^2}{2}\right) + \varepsilon$ $s = \exp\left(\lambda + \frac{\zeta^2}{2}\right) \sqrt{\exp(\zeta^2) - 1}$
Смещённое экспоненциальное распределение $x \geq \varepsilon, \lambda > 0$ $f_x(x) = \lambda \exp(-\lambda(x-\varepsilon))$	$1 = \lambda$ $2 = \varepsilon$	$m = \frac{1}{\lambda} + \varepsilon$ $s = \frac{1}{\lambda}$
Смещённое гамма-распределение $x \geq 0, b > 0, p > 0$ $f_x(x) = \frac{b^p}{\Gamma(p)} \exp(-b(x-\varepsilon))(x-\varepsilon)^{p-1}$	$1 = p$ $2 = b$ $3 = \varepsilon$	$m = \frac{p}{b} + \varepsilon$ $s = \frac{\sqrt{p}}{b}$
Бета-распределение $a \leq x \leq b, r, t \geq 1$ $f_x(x) = \frac{(x-a)^{r-1}(b-x)^{t-1}}{(b-a)^{r+t-1}B(r,t)}$	$1 = a$ $2 = b$ $3 = r$ $4 = t$	$m = a + (b-a) \frac{r}{r+t}$ $s = \frac{b-a}{r+t} \sqrt{\frac{rt}{r+t+1}}$
Распределение Гумбеля (максимальное) $-\infty < x < +\infty, \alpha > 0$ $f_x(x) = \alpha \exp(-\alpha(x-u) - \exp(-\alpha(x-u)))$	$1 = u$ $2 = \alpha$	$m = u + \frac{0,577216}{\alpha}$ $s = \frac{\pi}{\alpha\sqrt{6}}$
Распределение Фреше (максимальное) $\varepsilon \leq x < +\infty, u, k > 0$ $f_x(x) = \frac{k}{u-\varepsilon} \left(\frac{x-\varepsilon}{u-\varepsilon}\right)^{-k-1} \exp\left(-\left(\frac{x-\varepsilon}{u-\varepsilon}\right)^{-k}\right)$	$1 = u$ $2 = k$ $3 = \varepsilon$	$m = \varepsilon + (u-\varepsilon) \Gamma\left(1 - \frac{1}{k}\right)$ $s = (u-\varepsilon) \sqrt{\Gamma\left(1 - \frac{2}{k}\right) - \Gamma^2\left(1 - \frac{1}{k}\right)}$
Распределение Вейбулла (максимальное) $\varepsilon \leq x < +\infty, u, k > 0$ $f_x(x) = \frac{k}{u-\varepsilon} \left(\frac{x-\varepsilon}{u-\varepsilon}\right)^{-k-1} \exp\left(-\left(\frac{x-\varepsilon}{u-\varepsilon}\right)^{-k}\right)$	$1 = u$ $2 = k$ $3 = \varepsilon$	$m = \varepsilon + (u-\varepsilon) \Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right)$ $s = (u-\varepsilon) \sqrt{\Gamma\left(1 + \frac{2}{k}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{k}\right)}$

Приложение 3. Математические методы расчета сочетаний нагрузок

Сочетание двух прямоугольных процессов (модель Ферри Борхеса-Кастаньеты)

Рассмотрим случай сочетания двух воздействий $Q_1(t)$ и $Q_2(t)$. Предположим, что данные воздействия могут быть охарактеризованы как модели прямоугольных импульсов (рис. А3.1). В отношении данных процессов сделаны следующие предположения:

- $Q_1(t)$ и $Q_2(t)$ представляют собой эргодические процессы
- Все временные интервалы τ_1 равны; все временные интервалы τ_2 равны, и $\tau_1 > \tau_2$
- Q_1 и Q_2 остаются постоянными на протяжении каждого интервала τ_1 и τ_2 , соответственно
- Значения Q_1 для различных временных интервалов являются взаимно независимыми, также в случае со значениями Q_2
- Q_1 и Q_2 независимы.

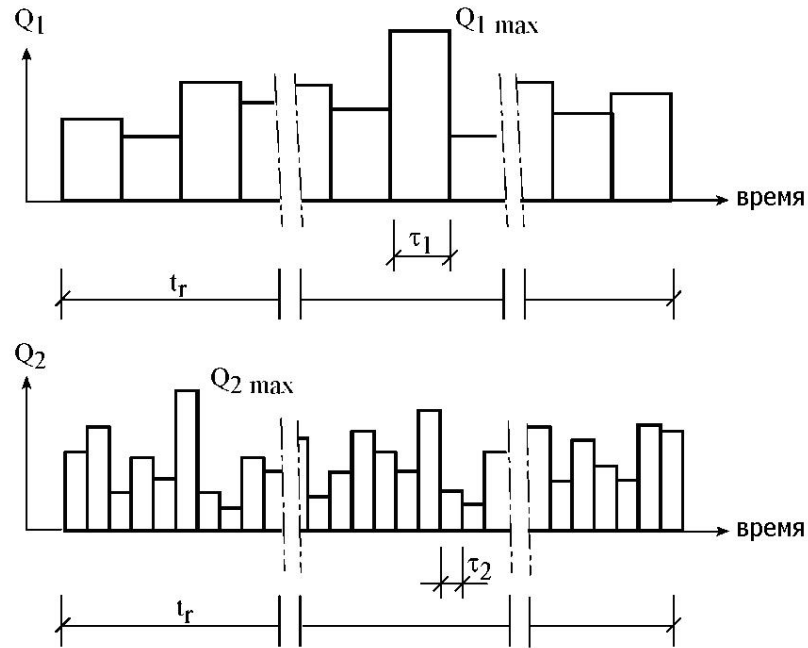


Рис. А3.1: Процессы прямоугольных импульсов для $Q_1(t)$ и $Q_2(t)$

Определить Q_{2c} как максимальное значение Q_2 , происходящее в течение временного интервала τ_1 с функцией вероятности распределения:

$$F_{Q_{2c}}(Q) = [F_{Q^*}(Q)]^{\tau_2/\tau_1}$$

F_{Q^*} = произвольная точка в распределении времени для Q_2 (А3.1)

Предположим следующее линейное соотношение между эффектом воздействия E и воздействиями:

$$E = c_1 Q_1 + c_2 Q_2 \quad (\text{А3.2})$$

Максимальный эффект воздействия E_{\max} от Q_1 и Q_2 на протяжении указанного периода времени может быть записан следующим образом:

$$E_{\max} = \max \{c_1 Q_1 + c_2 Q_{2c}\} \quad (\text{А3.3})$$

Данное максимальное значение должно быть принято на протяжении всех временных интервалов τ_1 в пределах указанного периода времени t_0 .

В качестве приближения полученные в результате эффекты воздействия могут быть рассчитаны как максимальное значение последующих двух сочетаний воздействий (в соответствии с правилом Туркстра):

- $E = \{Q_{1\max}, Q_{2c}\}$, если Q_1 рассматривается как доминирующее воздействие
- $E = \{Q_{2\max}, Q_{1c}\}$, если Q_2 рассматривается как доминирующее воздействие

Формула для случая $E = c_1 Q_1 + c_2 Q_2$ может быть представлена следующим образом:

$$E_{\max} = \max \{c_1 Q_{1\max} + c_2 Q_{2c}; c_1 Q_{1c} + c_2 Q_{2\max}\} \quad (\text{А3.4})$$

Необходимо отметить, что правило Туркстра имеет более низкий предел для вероятности разрушения.

Подход при случайном пересечении

Рассмотрим более общий случай, при котором случайный вектор состояния $Z(\tau)$, показательный для данной задачи, входит в область разрушения:

$$V = \{Z(\tau) \mid g(z(\tau), \tau) < 0, 0 < \tau < t\};$$

где $g(.)$ представляет собой функцию предельного состояния. $Z(\tau)$ может быть для удобства разделен на три составляющих:

$$Z(\tau)^T = (R^T, Q(\tau)^T, S(\tau)^T)$$

где R представляет собой вектор случайных переменных, независимых от времени t , $Q(\tau)$ – медленно изменяющаяся последовательность случайных векторов, а $S(\tau)$ – вектор необязательно стационарных, но переменных случайных процессов с достаточным перемешиванием с быстрыми колебаниями по сравнению с $Q(\tau)$.

В общем случае, где присутствуют все различные типы случайных переменных R , $Q(\tau)$ и $S(\tau)$, вероятность разрушения $P_f(t)$ не только должна быть объединена с независимыми от времени переменными R , но также должен быть выдержан период ожидания для медленно изменяющихся переменных $Q(\tau)$:

$$P_f(t_{\min}, t_{\max}) \approx 1 - E_R [\exp[n E_Q [1 - \exp[-E[N^+(\Delta t, R, Q)]]]] \quad (A3.5a)$$

Δt – характеристическое время колебания Q и $n = (t_{\max} - t_{\min}) / \Delta t$

или несколько упрощенно:

$$P_f(t_{\min}, t_{\max}) \approx 1 - E_R [\exp[-E_Q [E[N^+(t_{\min}, t_{\max}; R, Q)]]]] \quad (A3.5b)$$

Необходимо проследить, чтобы процедура ожидания в отношении Q проводилась внутри экспоненты, в то время как процедура ожидания в отношении R проводилась вне оператора экспоненты. В случае если точечный процесс выходов является регулярным процессом, который может предполагаться в большинстве случаев, условное математическое ожидание количества выходов на протяжении временного интервала $[t_{\min}, t_{\max}]$ может быть определено следующим образом:

$$E[N^+(t_{\min}, t_{\max}; r, q)] = \int_{t_{\min}}^{t_{\max}} v^+(\tau; r, q) d\tau \quad (A3.506)$$

где $v^+(\tau; r, q)$ – частота случайного пересечения, определяемая следующим уравнением:

$$v^+(\tau; r, q) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta} P(N^+(\{S(\tau) \in \bar{V}\} \cap \{S(\tau + \Delta) \in V\} | r, q) \quad (A3.7)$$

В случае если вектор \underline{S} состоит из n -го количества компонентов (S_1, \dots, S_n) , каждый из которых относится к типу прямоугольного импульса, может использоваться следующая формула:

$$v^+ = \sum_{i=1}^n v_i P\{(S_1, S_2, \dots, S_i, \dots, S_n) \in \bar{V}\} \cap (S_1, S_2, \dots, S_i^+, \dots, S_n) \in V\} \quad (A3.8)$$

где S_i^- и S_i^+ – два типа реализации S_i , один до, другой после определенного скачка, а v_i – частота скачка S_i .

Прерывающиеся процессы

Прерывающиеся процессы представляют собой особенно важную группу для обобщения для всех типов случайных процессов. Хотя существуют более обобщенные формы, ниже приведен лишь наиболее простой тип прерываний. Обновление времени, когда процесс "идет" производится в соответствии с пуассоновским процессом обновления с частотой κ (или средним временным интервалом $1/\kappa$). При обновлении процесс переходит в «рабочее» состояние (состояние «1»). «Нерабочее» состояние обозначается цифрой «0». Первоначальная продолжительность «рабочих» состояний будет иметь экспоненциальное распределение со средним значением $1/\mu$ независимо от времени наступления. Однако предполагается, что время «рабочего» состояния также заканчивается при наступлении следующего обновления, таким образом, продолжительность имеет усеченное распределение. Если предположить, что начальные условия являются случайными, то вероятность «рабочего/нерабочего» состояний определяется следующим образом:

$$P_{\text{нераб.}}(t) = \frac{\mu}{\kappa + \mu} + \frac{\kappa - \mu}{\kappa + \mu} \exp[-(\kappa + \mu)t] \quad (A3.9)$$

$$P_{\text{раб.}}(t) = \frac{\mu}{\kappa + \mu} + \frac{\kappa - \mu}{\kappa + \mu} \exp[-(\kappa + \mu)t] \quad (A3.10)$$

В целом, предполагается, что «рабочий/нерабочий» процесс уже находится в стационарном состоянии, когда последние члены уравнения достигают нулевого значения. В отличие от процессов обновления прямоугольных импульсов, в которых продолжительность прямоугольного импульса длится до следующего обновления и продолжительность прямоугольного импульса распределяется экспоненциально со средним значени-

ем $1/\lambda$, для пуассоновского процесса обновления время «рабочего» состояния усекается при следующем обновлении. Наглядно показано, что эффективная продолжительность времени «рабочего» состояния также является экспоненциальной, однако со средним значением $1/(\kappa + \mu)$. Так называемая интенсивность продолжительности интервалов определяется следующим образом: $\rho = \kappa / \mu$. При $\rho = \kappa / \mu \rightarrow \infty$ процессы практически всегда активны. При $\kappa / \mu \rightarrow 0$ получаем процессы с резкими перепадами.

Прерывания также могут быть определены для дифференцируемых процессов. В случае с зависимым векторным процессом целый векторный процесс должен иметь общее значение ρ , то есть все составляющие вектора должны иметь одинаковые значения κ и μ . Независимые дифференцируемые векторные процессы, однако, могут иметь различные значения ρ .

В случае с *единственным* прерываемым процессом, при $\kappa t_0 > 1$ и $\mu t_0 \ll 1$, периоды, при которых присутствует периодическая нагрузка, для удобства могут быть сложены вместе. Следовательно, вероятность разрушения определяется таким образом:

$$P_f(t_{\min}, t_{\max}) = v_{\text{раб.}} T + v_{\text{нераб.}} (t_0 - T) \quad (\text{A.3.11})$$

где $T = \kappa t_0 / \mu =$ общее ожидаемое время, в течение которого периодическая нагрузка активна, а $t_0 = t_{\max} - t_{\min}$; $v_{\text{раб.}}$ и $v_{\text{нераб.}}$ значения скорости разрушения при наличии и отсутствии периодической нагрузки, соответственно.

В случае с двумя преимущественно отсутствующими несвязанными периодическими нагрузками, может применяться тот же принцип приближения, приводящий к следующему уравнению:

$$\begin{aligned} P_f(t_{\min}, t_{\max}) = & \left(\frac{\kappa_1}{\mu_1}\right)\left(\frac{\kappa_2}{\mu_2}\right)v_{\text{раб.,раб.}} t_0 + \\ & \left(\frac{\kappa_1}{\mu_1}\right)\left(1 - \frac{\kappa_2}{\mu_2}\right)v_{\text{раб.,нераб.}} t_0 + \\ & \left(1 - \frac{\kappa_1}{\mu_1}\right)\left(\frac{\kappa_2}{\mu_2}\right)v_{\text{нераб.,раб.}} t_0 + \\ & \left(1 - \frac{\kappa_1}{\mu_1}\right)\left(1 - \frac{\kappa_2}{\mu_2}\right)v_{\text{нераб.,нераб.}} t_0 \quad (\text{A.3.12}) \end{aligned}$$

где $v_{\text{раб.,раб.}}$ – скорость разрушения для обеих присутствующих периодических нагрузок, и т.д.

2.1 СОБСТВЕННЫЙ ВЕС

Список обозначений:

d - радиус корреляции;

V - объем, описываемый границами элемента конструкции;

γ - удельный вес материала;

γ_{AV} - среднее значение удельного веса элемента конструкции;

ρ_o - корреляция между двумя сильно удаленными друг от друга точками одного и того же элемента;

Δ_r - расстоянием между двумя точками на одном элементе.

2.1.1 Введение

Понятие «собственный вес» относится к весу конструктивных и неконструктивных элементов. Основные характеристики собственного веса могут быть описаны следующим образом:

- Вероятность возникновения события в случайный момент времени близка к нулю;
- Временные изменения, как правило, пренебрежимо малы;
- Неопределенности амплитуды, как правило, незначительны, в сравнении с другими видами нагрузок.

В отношении неопределенностей можно провести следующие различия (иерархическая модель):

- вариативность **в пределах** элемента конструкции;
- вариативность **между** различными элементами одной и той же конструкции;
- вариативность **между** различными конструкциями.

Вариативность в пределах элемента конструкции, как правило, незначительна, и ею можно пренебречь. Однако, для некоторых типов задач (например, статического равновесия) она может иметь значение.

2.1.2 Основная модель

Собственный вес G элемента конструкции определяется при помощи следующего соотношения:

$$G = \int_{Vol} \gamma dV \quad (1)$$

где:

V - объем, описываемый границами элемента конструкции. Объем V как Vol .

γ - удельный вес материала.

Для элемента, материал которого может считаться достаточно однородным, уравнение (1) может быть записано следующим образом:

$$G = \gamma_{AV} V \quad (2)$$

где:

$\gamma_{AV} V$ - среднее значение удельного веса элемента (см. далее п.2.1.4).

2.1.3 Функции распределения плотности вероятностей

Предполагают, что удельный вес и размеры элемента конструкции подчиняются гауссовскому распределению. Для упрощения расчетов в качестве приближения может быть сделано допущение о том, что собственный вес G распределяется по гауссовскому закону.

2.1.4 Удельный вес

Полная изменчивость

Средние значения μ_γ и коэффициенты вариации V_γ для оценки величины полной изменчивости удельного веса некоторых широко используемых строительных материалов представлены в таблице 2.1.1.

Таблица 2.1.1. Среднее значение и коэффициент вариации значений удельного веса ¹⁾

Материал	Среднее значение [кН/м ³]	Коэффициент вариации
Сталь	77	<0,01
Бетон		
Обычный бетон ²⁾	24	0,04
Высокопрочный бетон	24-26 ⁴⁾	0,03
Бетон на легких заполнителях	⁴⁾	0,04-0,08
Ячеистый бетон	⁴⁾	0,05-0,10
Тяжелый бетон специального назначения	⁴⁾	0,01-0,02
Кирпичная кладка	—	≈ 0,05
Древесина ³⁾		
Ель, пихта (Picea)	4,4	0,10
Сосна (Pinus)	5,1	0,10
Лиственница (Larix)	6,6	0,10
Бук (Fagus)	6,8	0,10
Дуб (Quercus)	6,5	0,10

¹⁾ Значения относятся к генеральным совокупностям. Они основаны на данных из различных источников.

²⁾ Значения действительны для неармированного бетона с постоянным содержанием влаги. В случае непрерывного высыхания бетона в условиях повышенной температуры значение стабильного объемного веса по истечении 50 дней достигает величины менее 1,0-1,5 кН/м³.

³⁾ Содержание влаги 12%. Увеличение содержания влаги с 12% до 22% приводит к 10% росту удельного веса.

⁴⁾ Зависит от степени перемешивания, однородности состава и измельчения.

Пространственные корреляции

Значения удельного веса в двух различных точках одного и того же конструктивного элемента могут быть описаны следующим корреляционным соотношением:

$$\rho(\Delta_r) = \rho_o + (1 - \rho_o) \exp\left\{-\left(\Delta_r / d\right)^2\right\} \quad (3)$$

где:

d - так называемый радиус корреляции, характеризующий корреляции между различными частями элемента;

Δ_r - это расстояние между двумя точками на одном элементе;

ρ_o - это корреляция между двумя сильно удаленными точками в пределах одного элемента.

Имеют значение только корреляции по длине конструктивного элемента. Удельные веса по поперечному сечению балок и по высоте плит могут рассматриваться как полностью коррелированные.

Считают, что между точками в двух различных элементах конструкции в пределах одного здания имеет место постоянная корреляция ρ_m .

При отсутствии более подробной информации могут быть использованы следующие значения:

d	10 м (балка/колонна) 6 м (плита) 3 м (объем)
ρ_o	0,85
ρ_m	0,70

Примечание: Для крупных элементов изменчивость удельного веса может приниматься как $V \rho_o$; для конструкции в целом, состоящей из множества элементов, изменчивость может быть обозначена как $V \rho_m$; где V характеризуется полной изменчивостью согласно таблице 2.1.1.

2.1.5 Объем

В большинстве случаев средние значения размеров могут считаться равными их номинальным значениям, т.е. размерам, представленным на чертежах, в описаниях и т.п. Среднее значение объема V элементов конструкции рассчитывается непосредственно из средних значений размеров.

Величина стандартного отклонения значения объема V рассчитывается непосредственно по величинам стандартных отклонений размеров. Величины стандартных отклонений размеров поперечного сечения для некоторых широко используемых строительных материалов и типов конструктивных элементов представлены в таблице 2.1.2.

Таблица 2.1.2. Средние значения и стандартные отклонения для дисперсии размеров поперечного сечения от их номинальных значений.

Конструкция или элемент конструкции	Среднее значение	Стандартное отклонение
Катаная сталь		
Стальные профили, участок А	$0,01 A_{nom}$	$0,04 A_{nom}$
Стальные листы, толщина t	$0,01 t_{nom}$	$0,02 t_{nom}$
Элементы из бетона ²⁾		
$a_{nom} \leq 1000$ мм	$0,003 a_{nom}$	$4 + 0,006 a_{nom}$
$a_{nom} \geq 1000$ мм	3 мм	10 мм
Элементы кирпичной кладки		
Неоштукатуренные	$0,02 a_{nom}$	$0,04 a_{nom}$
Оштукатуренные	$0,02 a_{nom}$	$0,02 a_{nom}$
Строительный лесоматериал		
Пиленый брус или стойка	$0,05 a_{nom}$	2 мм
Доштоклееная балка, строганная	≈ 0	1 мм

¹⁾ Значения относятся к генеральным совокупностям. Они основаны на данных из различных источников и характеризуют элементы с существующими в настоящее время понятиями о точности заданных размеров конструктивных элементов.

²⁾ Значения действительны для отлитых на месте элементов. Дисперсия размеров бетонных элементов, изготовленных в заводских условиях, может быть значительно ниже.

Вариативность в пределах одного элемента (например, вариативность поперечного сечения по длине балки) может рассматриваться согласно принципам, применяемым для оценки удельного веса (см. п.2.1.4).

Список литературы

CIB W81, Actions on Structures, Self weight, Report no. 115, Rotterdam

2.2 ВРЕМЕННАЯ НАГРУЗКА

Список обозначений:

A = площадь [m^2];

d_p = продолжительность прерывистых нагрузок в [годах];

i = функция влияния;

m = средняя интенсивность нагрузки в [kH/m^2];

p = периодическая нагрузка в [kH/m^2];

q = длительная нагрузка в [kH/m^2];

S = воздействие нагрузки в [kH/m^2];

T = начальный момент времени в [годах];

V = нормально распределенная переменная с нулевым средним в [kH/m^2];

W = интенсивность нагрузки в [kH/m^2];

λ = интенсивность изменений длительной нагрузки в [1/год];

v = интенсивность изменений периодической нагрузки в [1/год].

2.2.1 Базовая модель

Временные нагрузки на перекрытия в зданиях могут быть вызваны воздействием массы мебели, оборудования, людей и предметов, находящихся в помещениях. Данный тип нагрузки не включает несущие и ненесущие элементы конструкции, внутренние перегородки или специальное оборудование. Временная нагрузка определяется в соответствии с предполагаемой категорией использования здания, например, жилые здания, отели, больницы, офисные здания, школы и магазины. На стадии проектирования также необходимо учитывать возможные изменения в использовании здания в течение периода эксплуатации. Площади, предназначенные для хранения продуктов, материалов и т.п. должны быть оборудованы отдельно. Временные нагрузки беспорядочно изменяются во времени и пространстве. Предполагается, что пространственные изменения однородны при первом приближении. С точки зрения изменений во времени, временная нагрузка подразделяется на две составляющие: длительная нагрузка и периодическая нагрузка.

К длительной нагрузке относится масса мебели и тяжелого оборудования. Величина нагрузки в соответствии с моделью представляет среднее по времени значение реальной колеблющейся нагрузки. Изменения, как правило, связаны со сменой назначения здания или его пользователей. Кратковременные колебания относятся к неопределенностям данной части нагрузок.

Периодическая нагрузка включает все виды временных нагрузок, не относящихся к длительной нагрузке. К источникам периодической нагрузки относятся скопления людей, людные помещения в течение особых случаев или складирование мебели при переоборудовании помещений. Относительная продолжительность периодической нагрузки относительно мала.

2.2.2 Стохастическая модель

Интенсивность нагрузки представлена стохастическим полем $W(x, y)$, посредством которого параметры зависят от категории использования здания.

$$W(x, y) = m + V + U(x, y) \quad (1)$$

где m – общая интенсивность нагрузки для определенной категории использования здания, V – нулевая средняя нормально распределенная переменная, а $U(x, y)$ – нулевое среднее случайное поле с характеристической асимметрией вправо. Предполагается, что величины V и U стохастически независимы.

Воздействия нагрузок, рассчитанные с помощью модели, могут предоставить достаточно точную характеристику воздействий, вызванных реальной нагрузкой. Для линейных упругих систем, где возможно наложение, воздействие нагрузки S представлено следующим уравнением:

$$S = \int_A W(x, y) i(x, y) dA \quad (2)$$

где $W(x, y)$ – интенсивность нагрузки, а $i(x, y)$ – функция влияния для воздействия нагрузки на рассматриваемой площади A .

При нелинейной реакции конструкции может использоваться пошаговая линейность, посредством которой предлагаемое соотношение воздействия нагрузки может использоваться на каждом этапе. Интенсивность нагрузки W заменяется шагом ΔW , а функция влияния $i(x, y)$ должна отражать общую ситуацию нагрузки, которая в результате приводит к соответствующему шагу ΔS для воздействия нагрузки. При применении теории пластичности, функция влияния является пропорциональной отклонению, соответствующему данному механизму.

Эквивалентная равномерно распределенная нагрузка для длительной нагрузки на единицу площади – это нагрузка, воздействие которой равнозначно воздействию первоначального поля нагрузки, например:

$$q = \frac{\int_A W(x, y) i(x, y) dA}{\int_A i(x, y) dA} \quad (3)$$

Статистические параметры длительной нагрузки имеют следующие значения:

$$E[q] = m$$

$$\text{Var}[q] = \sigma_v^2 + \sigma_u^2 \frac{A_0}{A} \kappa \quad (4)$$

в соответствии с чем на рисунке (см. п. 2.0.5.1), приведен коэффициент κ . Необходимо отметить, что при $A < A_0$, должно быть принято значение $A/A_0 = 1$.

Переменная V обозначает вариативность длительных нагрузок, относящихся к площадям A_1 и A_2 , которые предположительно являются независимыми и не пересекаются. Данные площади могут находиться как на одном этаже, так и на разных этажах. Ковариантность между соответствующими нагрузками q_1 и q_2 дана следующим образом:

$$\text{Cov}[q_1, q_2] = \sigma_v^2 \quad (5)$$

Предполагается, что распределение вероятностей V является нормальным. Случайное поле $U(x, y)$ имеет характерную асимметрию вправо, и, как следствие, воздействие нагрузки S и длительную нагрузку q . Гамма-распределение длительной нагрузки лучше всего подходит для фактических наблюдений, при параметрах, определенных с помощью соотношений $E[q] = k / \mu_U$ и $Var[q] = k / \mu_U^2$.

Интенсивность нагрузки для периодической нагрузки p представлена тем же стохастическим полем, что и для длительной нагрузки, вследствие чего параметры зависят от категории здания. Периодическая нагрузка может рассматриваться как сосредоточенная нагрузка. Однако в целях проектирования, используется такой же подход, что и для длительной нагрузки. Продолжительность периодической нагрузки d_p считается детерминированной.

Эквивалентная равномерно распределенная нагрузка для периодических нагрузок p имеет те же статистические свойства, что и длительная нагрузка, и может оцениваться таким же образом. В большинстве случаев, данные для данного типа нагрузки отсутствуют. Стандартное отклонение, как правило, имеет значения такой же величины, что и средние значения, $E[p] = \mu_p$. Следовательно, предполагается, что периодическая нагрузка распределяется экспоненциально.

2.2.3 Изменения во времени

Предполагается, что время между изменениями нагрузок экспоненциально распределено, а количество изменений нагрузок подпадает под распределение Пуассона. Вероятностная функция для максимальной длительной нагрузки представлена ниже:

$$F_{q_{\max}}(x) = \exp[-\lambda T(1 - F_q(x))] \quad (6)$$

где $F_q(x)$ – вероятностная функция длительной нагрузки, T – базовый период времени, например, предполагаемый срок службы здания, а λ – частота наступления изменений длительной нагрузки. Таким образом, λT – среднее значение количества изменений назначения здания.

Максимальное значение периодической нагрузки определяется как процесс Пуассона во времени со средней частотой наступления ν . Средняя продолжительность периодической нагрузки зависит от самого процесса, т.е. нахождения персонала, возникновения чрезвычайных ситуаций или переоборудования помещений.

Максимальная нагрузка, которая может быть в здании, является комбинацией длительной и периодической нагрузок. Предполагая, что оба типа нагрузок будут стохастически независимы друг от друга, максимальная нагрузка при одном типе использования здания может быть получена из интеграла свертывания. Общая максимальная нагрузка за базовый период времени T может быть получена с помощью теории предельных значений.

В случаях преобладания длительной нагрузки становится интересен вопрос статистики ее продолжительности, в особенности, при сдвиге и усадке. Как правило, периодическая нагрузка не представляет интереса. Из предполагаемого распределения предельного значения могут быть выведены статистические величины диапазона времени t при определенном уровне x .

$$E[\tau(x)] = T[1 - F_q(x)]$$

$$Var[\tau(x)] = 2T(1 - F_q(x)) / \lambda \quad (7)$$

2.2.4 Параметры нагрузки

Список параметров в таблице (2.2.1) представлен для использования с моделью временной нагрузки.

Таблица 2.2.1. Параметры временных нагрузок с учетом категории пользователя

Тип использования		Длительная нагрузка				Периодическая нагрузка			
Офис	20	0.5	0.3	0.6	5	0.2	0.4	0.3	1 - 3
Вестибюль	20	0.2	0.15	0.3	10	0.4	0.6	1.0	1 - 3
Жилая площадь	20	0.3	0.15	0.3	7	0.3	0.4	1.0	1 - 3
Гостиничный номер	20	0.3	0.05	0.1	10	0.2	0.4	0.1	1 - 3
Палата	20	0.4	0.3	0.6	5 - 10	0.2	0.4	1.0	1 - 3
Лаборатория	20	0.7	0.4	0.8	5 - 10				
Библиотека	20	1.7	0.5	1.0	>10				
Школьный кабинет	100	0.6	0.15	0.4	>10	0.5	1.4	0.3	1 - 5
Коммерческая/торговая площадь:									1 - 14
Первый этаж	100	0.9	0.6	1.6	1 - 5	0.4	1.1	1.0	1 - 14
Верхний этаж	100	0.9	0.6	1.6	1 - 5	0.4	1.1	1.0	1 - 14
Склад	100	3.5	2.5	6.9	0.1-1.0				
Промышленность:									
Легкая	100	1.0	1.0	2.8	5 - 10				
Тяжелая	100	3.0	1.5	4.1	5 - 10				
Скопление людей	20					1.25	2.5	0.02	0.5

Список литературы

- [1] CIB W81. Actions on Structures - Live Loads in Buildings. Conseil International du Batiment pour la Recherche l'Etude et la Documentation (CIB). Report 116, Rotterdam, 1989.
- [2] EC 1-Part 2.1: Actions on structures - Densities, self-weight, imposed loads. Eurocode 1 - Basis of Design and Actions on Structures. Comite Europeen de Normalisation (CEN). Pre-standard draft, Brussels, 1994.
- [3] Rackwitz R: Live Loads in Buildings. Manuscript, unpublished, Munich, 1995.
- [4] PMC Part 1: Basis of Design. Probabilistic Model Code - third draft. Joint Committee on Structural Safety (JCSS), 1995.

2.6 НАГРУЗКИ НА ПАРКИНГАХ

Список обозначений:

i = коэффициент влияния;
 t_d = период активного использования в год;
 t_y = дни активного использования в год;
 L = масса автомобиля в кН;
 S = воздействие нагрузки;
 T = базовый период времени;
 N = количество парковочных мест;
 X_d = частота обновлений в $[1/d]$;
 T = среднее время пребывания в часах.

2.6.1 Базовая модель

На паркингах различают нагрузки на парковочные площади и проезжие части. В целом, нагрузки на регулируемых паркингах превосходят нагрузки на паркингах со свободным размещением. Также въезды на паркинги и размеры парковочных мест подразумевают размещение только определенных категорий транспорта. Достаточно различать паркинги для легковых автомобилей, таких как пассажирские автомобили, микроавтобусы и фургоны, и для тяжелых автомобилей, таких как грузовые автомобили и автобусы. Для каждого паркинга можно сделать предположение с запасом о том, что транспортные средства формируют независимую последовательность, при этом каждое из них имеет случайную массу при въезде и ту же массу при выезде с паркинга. В начале периода активного использования можно сделать предположение с запасом о том, что только что освобожденные парковочные места сразу же будут заняты другими транспортными средствами. Таким образом, процесс нагрузки, возникающий за счет транспортных средств, является процессом обновления с волной прямоугольной формы.

2.6.2 Стохастическая модель

С учетом временных колебаний различаются следующие категории использования паркингов для легковых автомобилей.

- паркинги в жилых зонах
- паркинги при заводах, офисных зданиях и т.д.
- паркинги при коммерческих площадях
- паркинги при общественных зданиях, спортивных сооружениях и т.д.
- паркинги при железнодорожных станциях, аэропортах и т.д.

Временные колебания представлены в таблице 1. Аналогичная таблица может быть составлена для паркингов, предназначенных для тяжелых транспортных средств.

Предполагается, что средняя масса легкового автомобиля приблизительно равна $E[L] \sim 15$ кН при коэффициенте вариации от 15 до 30% в зависимости от активности использования паркинга и состава транспортных средств. Площадь парковочного места приблизительно составляет $2,4 \cdot 5,0$ м². В этом случае применяется нормальное распределение. Как правило, легковой транспорт может быть представлен в виде точечных нагрузок, находящихся в середине парковочных мест.

Расположение паркинга	Дни активного использования в год $t_y[d]$	Периоды активного использования в день $t_d[h]$	Среднее время пребывания $t[h]$	Количество автомобилей в день $\lambda_d[1/d]$
Коммерческие площади	312	8-4	2.4	3.2
Железнодорожные станции Аэропорты	30	14-18	10-14	1.3
Общественные здания	50-150	2.5	2.5	1.0
Офисные здания, заводы	260	8-12	8-12	1.0
Жилые зоны	360	17	8	2.1

Таблица 1: Типичные временные колебания в паркингах

При расчете воздействия нагрузки следует тщательно учитывать функции влияния согласно:

$$S(t) = \sum_{j=1}^n i_j L_j \quad (1)$$

Если отрицательными частями функций влияния можно пренебречь, то распределение воздействий предельной нагрузки можно рассчитать с помощью:

$$F_{\max\{S\}}(x) \approx \exp \left[-\lambda_d t_y t_d \text{TP} \left(\sum_{j=1}^n i_j L_j \geq x \right) \right] \quad (2)$$

при

$$P \left(\sum_{j=1}^n i_j L_j > x \right) \approx \Phi \left(- \frac{x - \left(\sum_{j=1}^n i_j E[L_j] \right)}{\left(\sum_{j=1}^n i_j \text{Var}[L_j] \right)^{1/2}} \right) \quad (3)$$

T – базовый период времени.

На путях подъезда, где воздействие нагрузки определяется только одним автомобилем, получаем:

$$F_{\max\{S\}}(x) \approx \exp \left[-\lambda_d t_y \text{TN} \left\{ 1 - \Phi \left(\frac{x - E[L]}{(\text{Var}[L])^{1/2}} \right) \right\} \right] \quad (4)$$

где N – количество парковочных мест, расположенных на пути подъезда.

Список литературы

CIB W81, Actions on Structures: Live Load in Buildings, Rep. N0. 116, Rotterdam, 1989

2.12 СНЕГОВАЯ НАГРУЗКА

Список обозначений:

C_e – коэффициент воздействия;

C_r – коэффициент перераспределения (вследствие ветра);

C_t – детерминированный термический коэффициент;

d – толщина слоя снега;

h – высота строительной площадки над уровнем моря;

h_r – исходная высота над уровнем моря;

k – коэффициент для преобразования значения высоты над уровнем моря;

r – коэффициент преобразования снеговой нагрузки на земле в снеговую нагрузку на крышу;

S_r – снеговая нагрузка на крышу;

S_g – снеговая нагрузка на земле на метеостанции;

$\gamma(d)$ – средний удельный вес снега для глубины d

η_a – коэффициент формы.

2.12.1 Основная модель снеговой нагрузки на крышу

Величина снеговой нагрузки на крышу S_r определяется при помощи следующего соотношения:

$$S_r = S_g \cdot r \cdot k^{h/h_r} \quad (1)$$

где:

S_g – снеговая нагрузка на земле на метеостанции;

r – коэффициент преобразования снеговой нагрузки на земле в снеговую нагрузку на крышу (см. п.2.12.3);

h – высота строительной площадки над уровнем моря;

h_r – исходная высота над уровнем моря (= 300 м);

k – коэффициент: $k = 1,25$ для прибрежных районов, $k = 1,5$ для удаленных от моря горных районов.

Снеговая нагрузка S_g является приложением усилия по вертикальной плоскости и относится к горизонтальной проекции крыши. Величина S_g в пределах определенной территории с похожими климатическими условиями и приблизительно одинаковой высотой над уровнем моря зависит от времени, а не места расположения.

Характеристики снеговой нагрузки на земле S_g должны определяться, исходя из результатов наблюдений, проводимых метеостанциями. Результаты этих наблюдений – либо водный эквивалент снеговой нагрузки, либо толщина слоя снега. В первом случае значения могут использоваться напрямую для определения снеговой нагрузки на земле. Во втором – данные о толщине слоя снега должны быть преобразованы в значение снеговой нагрузки при помощи следующего соотношения:

$$S_g = d \cdot \gamma(d) \quad (2)$$

где:

d – толщина слоя снега;

$\gamma(d)$ – среднее значение удельного веса снега.

Удельный вес $\gamma(d)$ рассчитывается при помощи следующего уравнения:

$$\gamma(d) = \frac{\lambda \gamma(\infty)}{d} \ln \left\{ 1 + \frac{\gamma(0)}{\gamma(\infty)} \left[\exp \left(\frac{d}{\lambda} \right) - 1 \right] \right\} \quad (3)$$

где:

$$\gamma(\infty) = 5 \text{ кН/м}^3, \quad \gamma(0) = 1,70 \text{ кН/м}^3 \quad \text{и} \quad \lambda = 0,85 \text{ м}$$

2.12.2 Вероятностная модель S_g

Вероятностная модель снеговой нагрузки на земле S_g представлена:

- функцией распределения вероятностей для общей продолжительности нагрузки T ;
- функцией распределения вероятностей для максимальной нагрузки $S_{g \max}$ для периода, равного 1 году.

Функция распределения вероятностей $F_{S_{g \max}}$, ее математическое ожидание μ и коэффициент вариации

V определяются следующим образом:

для морского климата: F_{s1}, μ_1, V_1 ;

для континентального климата: F_{s2}, μ_2, V_2 .

Функции распределения вероятностей в этих двух случаях являются гамма-распределениями. Значения параметров должны быть основаны на результатах местных наблюдений. В качестве априорного распределения должно использоваться неопределенное априорное распределение. В некоторых случаях в качестве априорного распределения могут использоваться данные «аналогичных станций» с $n' = 3$ и $v' = 2$.

В случаях, когда климат представляет собой сочетание морского и континентального климатов доля ρ из общего числа наблюдений относится к континентальному климату. А доля $1 - \rho$ – к морскому. Совместная функция распределения вероятностей F для смешанных климатов может в таком случае быть записана как $F_S = (1 - \rho)F_{s1} + \rho F_{s2}$.

2.12.3 Преобразование снеговой нагрузки на земле в нагрузку на крышу

2.12.3.1 Общие положения

Коэффициент преобразования r подразделяют на ряд коэффициентов и членов согласно следующему уравнению:

$$r = \eta_a C_e C_t + C_r \quad (6)$$

где:

η_a – коэффициент формы, случайная переменная (см. п. 2.12.3.2);

C_e – детерминированный коэффициент воздействия (см. п. 2.12.3.2);

C_t – детерминированный термический коэффициент (см. п. 2.12.3.3);

C_r – коэффициент перераспределения (вследствие ветра), случайная переменная (см. п. 2.12.3.4). Если перераспределение не учитывается, то $C_r = 0$.

2.12.3.2 Коэффициент воздействия C_e и коэффициент формы η_a

Коэффициент воздействия C_e и коэффициент формы η_a являются поправочными коэффициентами, которые учитывают воздействие, оказываемое ветром на здание, и уклон крыши α :

$\alpha = 0^\circ$	$C_e \eta_a = 0,4 + 0,6 \exp(-0,1 u(H))$
$\alpha = 25^\circ$	$C_e \eta_a = 0,7 + 0,3 \exp(-0,1 u(H))$
$\alpha = 60^\circ$	$C_e \eta_a = 0$

$u(H)$ – усредненная скорость ветра в течение периода, равного 1 неделе, при высоте крыши H .

Для промежуточных значений α должна использоваться линейная интерполяция.

2.12.3.3 Термический коэффициент C_t

Термический коэффициент C_t учитывает снижение снеговой нагрузки на крыши, имеющие высокий коэффициент теплового пропускания, в особенности крыши, облицованные стеклом. Коэффициент C_t принимают равным 1,0 в случае зданий, не подвергающихся тепловому воздействию и зданий с хорошо изолированными крышами. В большинстве других случаев должно использоваться значение 0,8.

2.12.3.4 Коэффициент перераспределения C_r

Коэффициент перераспределения C_r учитывает перераспределение снега на крыше, являющееся результатом воздействия ветра, но в некоторых случаях также в результате воздействий иного рода.

В случае односкатных крыш перераспределением снеговой нагрузки можно пренебречь.

В случае симметричных двускатных крыш коэффициент C_r считается постоянным и равным $\pm C_{ro}$ для каждой из половин крыши, согласно рис. 1. Величина C_{ro} подчиняется распределению бета с $\mu(C_{ro})$, согласно рис.2; коэффициент вариации C_r равен 1,0. Для других типов крыш должны использоваться числовые значения, представленные в стандартах ENV 1991-2-3 и ISO 4355. Эти значения могут приниматься равными среднему значению плюс одно стандартное отклонение.

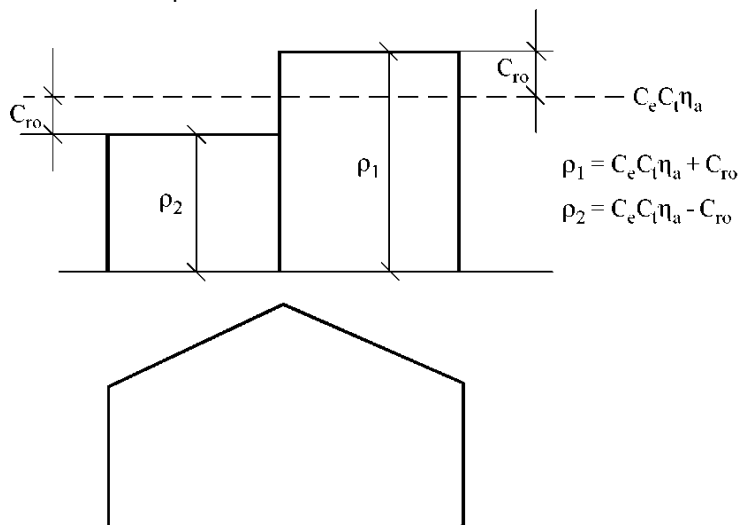


Рис. 1. Перераспределенная снеговая нагрузка на двускатной крыше

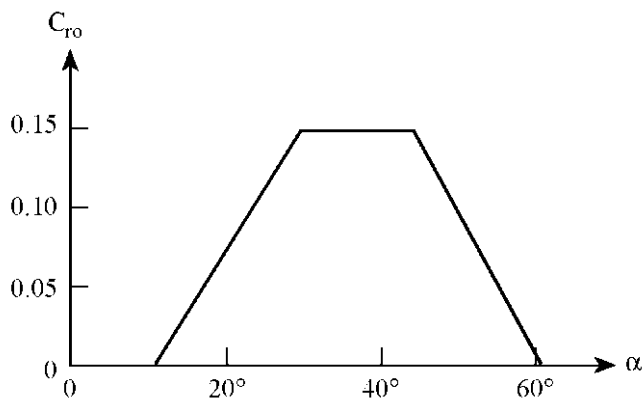


Рис. 2. Величина C_{ro} как функция угла ската крыши

Сводная таблица переменных, описывающих снеговую нагрузку

X	Обозначение	Распределение	Среднее значение	Разброс
S_g d_g	Толщина слоя снега на земле снеговая нагрузка на земле	гамма	наблюдение ¹⁾	наблюдение ¹⁾
ρ	Параметр, описывающий тип климата	детерминированное	наблюдение	наблюдение
k	Параметр	детерминированное	1,5/1,25 м	–
h_r	Исходная высота	детерминированное	300 м	–
$\gamma(0)$	Удельный вес при $t = 0$	детерминированное	1,7кН/м ³	–
$\gamma(\infty)$	Удельный вес при $t = \infty$	детерминированное	5,0кН/м ³	–
λ	Параметр	детерминированное	0,85 м	–
$C_e \eta_a$	Коэффициент формы	бета	п. 2.13.3.2	$V = 0,15$
C_t	Параметр теплоизоляции	детерминированное	0,8-1,0	–
C_{ro}	Коэффициент перераспределения	бета	Рис. 2	$V = 1,0$

¹⁾ В качестве предварительных данных могут использоваться данные подобных метеостанций с $n' = 3$ и $v' = 2$.

2.13 ВЕТРОВАЯ НАГРУЗКА

Список обозначений:

f_c = Кориолисов параметр ($= 2\Omega \sin \phi$)

f_o = средняя частота пересечения нуля, в Гц

g = коэффициент амплитуды (безразмерная величина)

$G_u(n), G_v(n), G_w(n)$ = двусторонняя спектральная плотность мощности для продольных, поперечных и вертикальных составляющих флуктуаций скорости

$I_u(Z)$ = интенсивность турбулентности флуктуаций продольной скорости (безразмерная величина)

k = постоянная Кармана ($= 0,4$)

$L_u(Z)$ = интегральный масштаб длины флуктуаций продольной скорости, в метрах

$L_v(Z)$ = интегральный масштаб длины флуктуаций поперечной скорости, в метрах

$L_w(Z)$ = интегральный масштаб длины флуктуаций вертикальной скорости, в метрах

N = значение базового периода времени, в годах

n = частота, в Гц

n_u, n_v, n_w = частота флуктуаций по продольному, поперечному и вертикальному направлению (безразмерная величина)

\bar{Q}_{ref} = исходное значение скоростного давления ветра

$\bar{Q}(z)$ = среднее значение скоростного давления на высоте z ($= (1/2)\rho \bar{U}^2(z)$)

$S_{ij}(n)$ = поперечная спектральная плотность мощности

T = базовый период времени

$T(u_p)$ = средний интервал повторяемости среднего максимального годового значения скорости, в годах

\bar{Q}_{ref} = исходное значение скорости ветра, в м/с

$U(z)$ = средняя продольная скорость ветра на высоте z

u_1 = мода среднегодового значения максимальной скорости ветра по распределению Гумбеля

$u(x, z, t) = u$ = продольная составляющая флуктуации скорости ветра, в м/сек

$v(y, z, t) = v$ = поперечная составляющая флуктуации скорости ветра, в м/сек

$w(z, t) = w$ = вертикальная составляющая флуктуации скорости ветра, в м/сек

z = высота над уровнем земли, в метрах

z_0 = шероховатость поверхности, в метрах

z_r = исходная высота над уровнем земли, в метрах

z_{ref} = исходная высота над уровнем земли (10 – 30 м)

α_1 = параметр дисперсии для максимального среднегодового значения скорости ветра по распределению Гумбеля

δ = высота пограничного слоя атмосферы

κ = коэффициент поверхностного сопротивления (безразмерная величина) $\left(= \left[k / \ln(z_{ref} / z_0) \right]^2 \right)$

λ_k = k -тое значение спектральной плотности

$v(x)$ = средняя скорость пересечения снизу вверх для уровня x

ϕ = географическая широта

ρ = плотность воздуха ($= 1,25 \text{ кг/м}^3$)

$\sigma_u, \sigma_v, \sigma_w$ = значения стандартного отклонения флуктуаций скорости по направлениям x -, y - и z -, в м/с

2.13.1 Введение

Действие, оказываемое ветром на здания и сооружения, зависит от общего ветрового климата, степени, в которой здания, сооружения и их элементы подвергаются воздействию естественного ветра, а также от динамических характеристик, формы и размеров здания (сооружения). Настоящая глава содержит основные данные и описание метода оценки ветровой нагрузки на здания и сооружения. Случаи тропических циклонов, торнадо, гроз и феномена орографического ветра требуют отдельного рассмотрения.

Поля скорости ветра на горизонтальном участке местности подразделяются на среднюю скорость ветра (среднее значение в течение периода времени, равного 10 минутам) в направлении общего потока воздуха (направление x), усредненную для определенного периода времени и изменяющуюся, турбулентную составляющую со средним значением, равным нулю, и компонентами продольного направления (x -), поперечного направления (y -) и вертикального направления (z -).

2.13.2 Сила ветра

Сила ветра, действующая на единицу площади сооружения, определяется при помощи следующих уравнений:

(1) Для жестких конструкций небольшого размера:

$$w = c_a c_g c_r \bar{Q}_{ref} = c_a c_e \bar{Q}_{ref} \quad (1)$$

(2) Для конструкций, чувствительных к динамическому воздействию (собственная частота $< 1\text{Гц}$) и для жестких конструкций более крупного размера:

$$w = c_d c_a c_e \bar{Q}_{ref} \quad (2)$$

где:

\bar{Q}_{ref} = исходное (среднее) значение скоростного давления

c_r = коэффициент шероховатости

c_g = поправочный коэффициент ветрового напора

c_a = аэродинамический коэффициент

c_d = динамический коэффициент

2.13.3 Средняя скорость ветра

Исходное значение скорости ветра \bar{Q}_{ref} – это среднее значение скорости ветра в течение периода времени, равного 10 минутам (600 с), определенное на высоте 10 метров над уровнем земли, на горизонтальном участке местности ($z_0 = 0,03\text{м}$).¹

Распределение значений средней скорости ветра (для любого типа местности, высоты над уровнем земли и усредненного интервала времени) может быть описано распределением Вейбулла:

¹ Для усредненных интервалов времени, отличных от интервалов, равных 10 минутам, при воздействии на открытую местность могут использоваться следующие соотношения:

$$1.05 \bar{U}^{1h} = 1.0 \bar{U}^{10min} = 0.84 \bar{U}^{1min(fastest\ mile)} = 0.67 \bar{U}^{3sec}$$

$$F_{\bar{U}}(x) = 1 - \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\sigma}\right)^k\right] \quad (3)$$

со значением k близким к 2.

Это же распределение является справедливым и для средних значений потоков ветра. Как правило, не правильно предполагать, что среднее значение направления ветра равномерно распределено по кругу.

В течение года значения средней скорости ветра варьируются. Если отсутствуют данные, можно предположить, что в северном полушарии $\sigma(t) \approx \sigma[1 + a \cos(2\pi(t - t_0)/365)]$ с постоянной между $1/3$ и $1/2$ и t_0 \approx от 15 до 45, с t в днях.

Значения средней скорости ветра являются в высшей степени автокоррелированными. Значения средней скорости ветра, которые оценивают через временной интервал, составляющий приблизительно от 4 до 12 часов (в среднем 8 часов) в большинстве случаев на практике могут рассматриваться как независимые.

В случае, когда сезонные вариации являются пренебрежимо малыми, среднее значение скорости ветра в течение усредненного интервала времени находятся между уровнями x_1 и x_2 ($x_2 \geq x_1$), и асимптотически характеризуются следующим уравнением:

$$E[T_{x_1, x_2}] = T[F_{\bar{U}}(x_2) - F_{\bar{U}}(x_1)] \quad (4)$$

где величина T означает базовый период времени. Для более высоких уровней x_2 распределение индивидуальных значений времени, превышающих x , приблизительно равно $[1 - F_{\bar{U}}(x)]/v(x)$ где величина $v(x)$, означает среднюю скорость пересечения снизу вверх для уровня x .

Среднегодовые значения максимальной скорости ветра для более длительных периодов времени подчиняются распределению Гумбеля для максимальных значений. В целом, невозможно получить значение максимума для большего числа лет, чем те несколько лет, в течение которых проводились наблюдения. Если используется годовой максимум, при условии, что такие данные максимальных годовых значений, как время воздействия и усредненные интервалы времени, однородны, то функция распределения выглядит следующим образом:

$$F_{\max \bar{U}}(x) = \exp\{-\exp[-\alpha_1(x - u_1)]\} \quad (5)$$

Мода u и параметр распределения α_1 определяются, исходя из среднего значения m_1 и стандартного отклонения σ_1 для определенного набора значений годовой максимальной скорости: $u_1 = m_1 - 0,577/\alpha_1$, $\alpha_1 = 1,282/\sigma$. Коэффициент вариации величины максимальной годовой скорости $V_1 = \sigma_1/m_1$ зависит от климата, и, как правило, располагается в диапазоне значений от 0,10 до 0,35. Для получения надежных результатов количество лет, в течение которых велся сбор данных, должно находиться в том же порядке величины, что и требуемый средний интервал повторений.

Максимальные значения скорости ветра за весь период времени (N лет) также подчиняются распределению Гумбеля, а среднее значение и стандартное отклонение максимального значения являются функциями среднего значения и стандартного отклонения годового максимума: $m_{\bar{N}} + 0,78\sigma_1 \ln N$, $\sigma_{\bar{N}} = \sigma_1$.

В особых климатических условиях распределение значений средней скорости ветра представляет собой распределение смешанного типа, описывающее различные метеорологические явления.

Для оценки сочетания нагрузок предлагается выполнять моделирование штормового ветра, например, таких ветровых режимов, при которых средняя скорость, составляющая > 10 м/с, сохраняется в течение некоторого времени, как процесса восстановления в виде прямоугольных импульсов. Насчитывается приблизительно 50 случаев возникновения штормовых ветров в год, в соответствии с тем, насколько часто метеорологические условия остаются без внимания, по меньшей мере, в центральной Европе. Средняя продолжительность воздействия штормового ветра составляет приблизительно 8 часов. Между такими событиями, следующими друг за другом, не существует зависимости. Типичное среднее значение скорости штормового ветра может быть также смоделировано при помощи распределения Вейбулла. Экспонента распределения Вейбулла должна равняться приблизительно 2. Параметр положения должен основываться на местных данных.

2.13.4 Шероховатость поверхности (по типам местности)

С точки зрения аэродинамики шероховатость поверхности земли описывают при помощи параметра шероховатости поверхности z_0 , который представляет собой количественную оценку размеров препятствий на поверхности земли и расстояния между ними. Другим способом описания местности является коэффициент поверхностного сопротивления K , соответствующий параметру шероховатости поверхности z_0 :

$$K^2 = \frac{k}{\ln \frac{z_{ref}}{z_0}} \quad (6)$$

где: $k=0,4$ представляет собой постоянную Кармана, и z_{ref} – исходную высоту (см. Таблицы 2, 3). В Таблице 1 приведены различные типы местности и соответствующие значения параметра шероховатости их поверхности. При этом следует учитывать распределение определенных значений шероховатости поверхности в соответствии с направлением ветра.

Таблица 1. Шероховатость поверхности z_0 различных типов местности, в метрах ^{1) 2)}

Тип местности	Описание местности	Значение параметра шероховатости поверхности z_0	Рекомендуемое значение
А. Открытое море. Ровная плоская местность	Местность, подвергающаяся воздействию ветра, возникающего из-за больших водных масс; поверхность снежного покрова; Гладкая равнинная местность с подстриженной травой и редкими препятствиями.	0,0001 0,0005	0,003
В. Открытая местность	Живые изгороди из высокой травы (60 см), и сельскохозяйственный район с отдельными деревьями; Местность с отдельными препятствиями высотой менее 10 м (некоторые деревья и здания).	0,01 0,1	0,03
С. Городские районы малой застройки. Лесные массивы	Районы малой застройки, пригород, лесистые зоны (с большим количеством деревьев).	0,1 0,7	0,3
Д. Городские районы плотной застройки. Лес	Густой лес со средней высотой деревьев около 15 метров; Плотно застроенный городской район; города, в которых, по меньшей мере, 15 % поверхности заполнено зданиями высотой свыше 15 м.	0,7 1,2	1,0
Е. Центральные части крупных городов	Многочисленные крупные, высокие и близко расположенные друг от друга препятствия: более 50% зданий имеют высоту свыше 20 м.	1,0 ≥ 2,0	2,0

¹⁾ При меньших значениях параметра z_0 значения средней скорости ветра выше.

²⁾ Для того, чтобы полностью соответствовать своему типу местности, большая часть типов местности А – Д должна характеризоваться расположением против направления ветра на расстоянии протяженностью, по крайней мере, 1000 м. Для типа местности Е эта протяженность составляет более 5 км.

2.13.5 Изменение средней скорости ветра по высоте

Изменение средней скорости ветра по высоте на горизонтальном участке местности с однородной шероховатостью может быть представлено логарифмическим законом. Логарифмический профиль действителен для умеренных и сильных ветров (средняя ежечасная скорость > 10 м/с) в нейтральной среде (где вертикальную тепловую конвекцию воздуха можно не учитывать).

$$\bar{U}(z) = \frac{1}{k} u_* (z_0) \left(\ln \frac{z}{z_0} + 5.75 \frac{z}{\delta} - 1.87 \left(\frac{z}{\delta} \right)^2 - 1.33 \left(\frac{z}{\delta} \right)^3 + 0.25 \left(\frac{z}{\delta} \right)^4 \right) \quad (z > d_0 \gg z_0) \quad (7)$$

где:

$$u(z_0) = \frac{\bar{U}(z)}{2.5 \ln \frac{z}{z_0}}$$

z_0 = динамическая скорость в м/с

$$\delta = \frac{u_* (z_0)}{6 f_c}$$

= глубина пограничного слоя в метрах

$\bar{U}(z)$ = средняя скорость ветра на высоте z над уровнем земли в м/с

z = высота над уровнем земли в метрах

z_0 = шероховатость поверхности, в метрах

k = постоянная Кармана ($k = 0,4$)

D_0 = наиболее низкая высота, действительная при уравнении (7) в метрах

$f_c = 2\Omega \sin(\phi)$ = Кориолисов параметр в 1/с

$\Omega = 0.726 \cdot 10^{-4}$ = скорость углового вращения в рад/с

ϕ = широта локации в градусах

Для низкой величины 0,1 δ или 200 метров пограничного слоя учитываться должен лишь первый показатель (Harris и Deaves, 1981). Наиболее низкая высота, действительная при уравнении (7) d_0 близка к средней

высоте доминирующих элементов шероховатости, т.е. от менее, чем 1 метра ровного плоского рельефа до более, чем 15 метров для центральных частей городов. При $z_0 < z < d_0$ рекомендуется линейная интерполяция. В инженерно-технической практике уравнение (7) с запасом используется при $d_0 = 0$.

Принимая во внимание стандартное (открытая местность) воздействие, взаимосвязь между скоростями ветра при двух разных классах шероховатостей на двух различных высотах может быть приблизительно выражена как (Bietry, 1976, Simiu, 1986):

$$\frac{\bar{U}(z)}{\bar{U}_{ref}} = \frac{\ln \frac{z}{z_0}}{\ln \frac{z_{ref}}{z_{0,ref}}} \left(\frac{z_0}{z_{0,ref}} \right)^{0.07} \quad (8)$$

На исходной высоте z_{ref} отношение средней скорости ветра в различных типах местности к средней скорости ветра на открытой местности представлено коэффициентом p в таблице 2. Соответствующее отношение для среднего скоростного давления будет равно p^2 .

Таблица 2. Масштабные коэффициенты средней скорости ветра (и среднего скоростного давления) на исходной высоте в различных типах местности

Тип местности	А. Открытое море. Ровная плоская местность	В. Открытая местность	С. Городские районы малой застройки. Лесные массивы	Д. Городские районы плотной застройки. Лес	Е. Центральные части крупных городов
z_{ref} , м	10	10	10	15	30
p	1.19	1.00	0.71	0.56	0.39

2.13.6 Интенсивность турбулентности

Для изменений турбулентности скорости ветра можно предположить нормальное распределение с нулевым средним значением. Среднеквадратичное значение изменений скорости в воздушном потоке, отклоняющееся от средней продольной скорости, может быть приведено к динамической скорости следующим образом:

$$\frac{\sigma_u}{u_*} = \beta_u \left(1 - \frac{z}{\delta} \right) \quad \text{Продольная (9a)}$$

$$\frac{\sigma_v}{u_*} = \beta_v \left(1 - \frac{z}{\delta} \right) \quad \text{Поперечная (9b)}$$

$$\frac{\sigma_w}{u_*} = \beta_w \left(1 - \frac{z}{\delta} \right) \quad \text{Вертикальная (9c)}$$

Приблизительное линейное изменение по высоте (Hanna, 1982) может быть использовано для умеренных и сильных ветров. При нейтральной среде отношения σ_v/σ_u и σ_w/σ_u возле уровня поверхности земли являются постоянными, несмотря на шероховатости участка местности (ESDU 1993):

$$\frac{\sigma_v}{\sigma_u} = 1 - 0.25 \cos^4 \left(\frac{\pi z}{2 \delta} \right) \quad (10a)$$

$$\frac{\sigma_w}{\sigma_u} = 1 - 0.55 \cos^4 \left(\frac{\pi z}{2 \delta} \right) \quad (10b)$$

При $z \ll \delta$ можно предположить, что колебание изменений скорости не зависят от высоты над уровнем земли:

$$\sigma_u = \beta_u u_* \quad (11a)$$

$$\sigma_v = \beta_v u_* \quad (11b)$$

$$\sigma_w = \beta_w u_* \quad (11c)$$

а при $z < 0.1 \delta$:

$$\frac{\sigma_v}{\sigma_u} \cong 0.75 \quad (12a)$$

$$\frac{\sigma_w}{\sigma_u} \cong 0.50 \quad (12b)$$

Колебание изменений продольной скорости также может быть выражено с помощью нелинейной регрессии результатов измерения как функция шероховатости местности (Solari, 1987):

$$4.5 \leq \beta_u^2 = 4.5 - 0.856 \ln z_0 \leq 7.5 \quad (13)$$

Продольная интенсивность турбулентности является отношением среднеквадратичного значения изменений продольной скорости к средней скорости ветра на высоте z (т.е. коэффициент вариации изменений скорости на высоте z):

$$I_u(z) = \frac{\overline{u(z,t)^2}^{1/2}}{\bar{U}(z)} = \frac{\sigma_u(z)}{\bar{U}(z)} \quad (14)$$

Интенсивность турбулентности на высоте z можно приблизительно выразить как:

$$I(z) = \frac{\beta_u}{2.5 \ln \frac{z}{z_0}} \approx \frac{1}{\ln \frac{z}{z_0}} \quad (15)$$

Поперечная и вертикальная интенсивность турбулентности может быть определена с помощью умножения продольной интенсивности $I_u(z)$ на отношения σ_v/σ_u и σ_w/σ_u . Репрезентативные значения интенсивности турбулентности на исходной высоте представлено в таблице 3.

Таблица 3. Параметры ветра в зависимости от типа местности

Тип местности	А. Открытое море. Ровная плоская местность	В. Открытая местность	С. Городские районы малой застройки. Лесные массивы	Д. Городские районы плотной застройки. Лес	Е. Центральные части крупных городов
z_0 [м]	0.01	0.05	0.3	1.0	2.0
d_0 [м]	0	2	8	15	30
K	0.0024	0.0047	0.013	0.022	0.022
β_u	3.1	2.7	2.3	2.1	2.0
β_v	2.3	2.1	1.8	1.6	1.5
β_w	1.55	1.35	1.15	1.05	1.0
z_{ref} [м]	10	10	10	15	30
$I(z_{ref})$	0.15	0.19	0.26	0.31	0.39

2.13.7 Спектральная плотность мощности и автокорреляционные функции порывистости ветра

Нормализованные двусторонние спектральные плотности мощности Кармана и автокорреляционные функции скорости порыва ветра представлены в таблице 4.

Таблица 4. Модель изотропной турбулентности Кармана

Компонент скорости порыва ветра	Нормализованная спектральная плотность $\frac{n G_1(n)}{\sigma_i^2}$	Нормализованная автокорреляционная функция $\rho_i(\tau_i)$
Продольный $I = u$	$\frac{4n_u}{(1 + 70.8 n_u^2)^{5/6}}$	$\frac{2^{2/3}}{\Gamma(1/3)} \bar{\tau}_u^{1/3} K_{1/3}(\bar{\tau}_u)$
Поперечный $I = v$ Вертикальный $i = w$	$\frac{2n_i(1 + 188.6 n_i^2)}{(1 + 70.8 n_i^2)^{11/6}}$	$\frac{2^{2/3}}{\Gamma(1/3)} \bar{\tau}_i^{1/3} \left[K_{1/3}(\bar{\tau}_i) - \frac{1}{2} \bar{\tau}_i K_{2/3}(\bar{\tau}_i) \right]$

В таблице 4 используются следующие обозначения:

σ^2 = колебания изменений скорости в направлении i , в m^2/c^2 ; $i = u, v$ or w

$n_i = n_i(z) = n L_i(z)/\bar{U}(z)$ = безразмерная частота, зависящая от высоты

n = частота, в Гц

$\bar{U}(z)$ = средняя продольная скорость ветра на высоте z , в м/с

$L_i(z)$ = длина интегрального масштаба турбулентности в направлении i , в м/с.

$$\bar{\tau}_i = \frac{\tau \bar{U}(z)}{a L_i(z)} = \text{безразмерное время (} a = 1.339 \text{)}$$

$K_\mu(\cdot)$ = модифицированная функция Бесселя второго порядка

t = время задержки, в с

Длина интегрального масштаба турбулентности в направлении i на высоте z соответствует:

$$L_i(z) = U(z) \int_0^{\infty} \rho_i(\tau_i) d\tau_i \quad (16)$$

где автокорреляция $\rho_i(t)$ – это преобразование спектральной плотности по Фурье. Расчет длины интегрального масштаба продольной турбулентности на высотах до 300 м представлен в ESDU (1993), как:

$$L_u(z) = \frac{A^{3/2} (\sigma_u / u_*)^3 z}{2.5 K_z^{3/2} (1 - z/h)^2 (1 + 5.75z/h)} \quad (17)$$

где

$$A = 0.115 \left[1 + 0.315 \left(1 - \frac{z}{\delta} \right)^6 \right]^{2/3}$$

$$K_z = 0.188 [1 - (1 - z/z_c)^2]^{1/2}$$

$$z_c/\delta = 0.39 \left[\frac{u_*}{f_c z_0} \right]^{-1.8}$$

Для поперечного и вертикального направления (ESDU, 1993):

$$L_v(z) = 0.5 (\sigma_v/\sigma_u)^3 L_u(z) \quad (18a)$$

$$L_w(z) = 0.5 (\sigma_w/\sigma_u)^3 L_u(z) \quad (18b)$$

$$L_v(z) = 0.24 L_u(z) \quad (18c)$$

$$L_w(z) = 0.08 L_u(z) \quad (18d)$$

2.13.8 Функции когерентности

Взаимная спектральная плотность для двух отдельных точек P_1 и P_2 , расположенных на расстоянии r , перпендикулярно направлению i , даны с точки зрения точечных спектров и функции когерентности следующими уравнениями:

$$S_{ij}(n, P_1, P_2) \approx S_{ii}^{1/2}(n, P_1, P_2) S_{jj}^{1/2}(n, P_1, P_2) \cdot \text{Coh}_{ij}^{1/2}(n, P_1, P_2) \quad (19)$$

при:

$$\text{Продольной } \text{Coh}_{uu}^{1/2}(r, \bar{k}) = \frac{\left(\frac{\Psi_u}{2} \right)^{5/6}}{\Gamma(5/6)} [2K_{5/6}(\Psi_u) - \Psi_u K_{1/6}(\Psi_u)] \approx \exp(-1.15\Psi_u^{1.5}) \quad (20a)$$

$$\text{Поперечной } \text{Coh}_{vv}^{1/2}(r, \bar{k}) = \frac{\left(\frac{\Psi_v}{2} \right)^{5/6}}{\Gamma(5/6)} \left[2K_{5/6}(\Psi_v) + \frac{6(r\bar{k})^2}{3\Psi_v^2 + 5(r\bar{k})^2} \Psi_v K_{1/6}(\Psi_v) \right] \approx \exp(-0.65\Psi_v^{1.3})$$

(20b)

Вертикальной

$$\text{Coh}_{ww}^{1/2}(r, \bar{k}) = \frac{\left(\frac{\Psi_w}{2} \right)^{5/6}}{\Gamma(5/6)} \left[2K_{5/6}(\Psi_w) - \frac{6(rL)^2}{3\Psi_w^2 + 5(r\bar{k})^2} \Psi_w K_{1/6}(\Psi_w) \right] \approx \exp(-0.65\Psi_w^{1.3}) \quad (20c)$$

где $\bar{k} = \frac{2\pi n}{U_m}$ и $\Psi_i^2 = (r^2 \bar{k}^2 + r^2 / L_i^2)$. Предполагается, что все функции когерентности

$\text{Coh}_{ij}^{1/2}(n, P_1, P_2)$, при условии $i \neq j$, стремятся к нулю.

Продольная когерентность может быть также приближенно выражена с помощью следующего уравнения (Карим, 1987 год):

$$\text{Coh}_{uu}^{1/2}(n, r) = \exp \left[- \left\{ \left(\frac{r}{L_u} \right)^2 + \left(\frac{nr}{U_m} \right)^2 \left(12 + \frac{11r}{z_m} \right)^2 \right\}^{1/2} \right] \quad (21)$$

применяя коэффициент когерентности, равный $C = 12 + 11r/z_m$, где

$$z_m = \sqrt{z_1 z_2}$$

$$\bar{U}_m = \sqrt{\bar{U}_1(z_1) \bar{U}_2(z_2)}.$$

Для конструкций небольших размеров, т.е. при значении r значительно меньшем, чем L_u , значение r может быть принято как равное нулю.

2.13.9 Пиковые значения скорости ветра

Спектральные моменты, λ_i со значениями выше порядка $i=0$, формально не существуют для спектров турбулентности (включая спектр фон Кармана и другие спектры), соответствующих асимптоте Колмогорова (асимптотическому поведению $f^{-5/3}$). Однако при высоких частотах спектры снижаются быстрее, таким образом, усечение данных спектров при частотах $5 \div 20$ Гц делает их конечными. Кроме того, фильтрация конечными участками, на которых дует ветер, снимает это математическое затруднение. Далее распределение критических значений скорости порыва ветра, u_{\max} асимптотически является распределением Гумбеля со средним значением:

$$E[u_{\max} | \lambda_0, \lambda_2, t] = (\sqrt{2 \ln v_0 t} + \gamma / \sqrt{2 \ln v_0 t}) \sqrt{\lambda_0} \quad (22)$$

и вариацией:

$$\text{Var}[u_{\max} | \lambda_0, \lambda_2, t] = [(\pi^2 / 6) / 2 \ln v_0 t] \lambda_0 \quad (23)$$

$\gamma = 0.5772$ – постоянная Эйлера, $t = 600$ с и v_0 – средняя частота пересечения нулевого уровня в Гц:

$$v_0 = \sqrt{\lambda_2 / \lambda_0} \cdot 674$$

Среднее и стандартное отклонения случайного коэффициента амплитуды для значений скорости порыва, g определяются следующим образом:

$$g = \sqrt{2 \ln v_0 t} + 0.577 / \sqrt{2 \ln v_0 t} \quad (24)$$

$$\sigma_g = \frac{\pi}{6} \frac{1}{\sqrt{2 \ln v_0 t}} \quad (25)$$

Вычисление g на основе значений спектров турбулентности чувствительно к выбору критической частоты (5-20 Гц). Эмпирически и теоретически можно предположить, что среднее значение g составляет приблизительно 3.2 для 1 часа (3.8 для 8 часов) и его стандартное отклонение составляет приблизительно 0.4. Поскольку давление пульсационной скорости представляет собой линейную функцию пульсационной скорости порывов, вышеуказанные значения g и σ_g также относятся к пиковому значению давления.

2.13.10 Средние значения скоростного давления и коэффициента подверженности воздействию

Среднее давление скорости ветра ² на высоте z определяется по формуле:

$$\bar{Q}(z) = \frac{1}{2} \rho \bar{U}^2(z) \quad (26)$$

где ρ – плотность ветра ($\rho = 1.25$ кг/м³ для воздуха при нормальных условиях).

Коэффициент вариации максимального годового скоростного давления приблизительно равен двойному значению коэффициента вариации максимальной годовой скорости, $V_1 : V_Q \cong 2V_1$.

Коэффициент шероховатости описывает вариацию среднего скоростного давления при высоте над уровнем грунта и шероховатость местности как функцию исходного скоростного давления. Из уравнения (13) следует:

$$c_r(z) = \frac{\bar{Q}(z)}{\bar{Q}_{\text{ref}}} = \frac{\bar{U}(z)^2}{\bar{U}_{\text{ref}}^2} = \left[\frac{\left(\frac{z}{z_{0,\text{ref}}} \right)^{0.07}}{\ln \frac{z_{\text{ref}}}{z_{0,\text{ref}}}} \right]^2 \left(\ln \frac{z}{z_0} \right)^2 \quad (27)$$

$$\text{и } \bar{Q}(z) = c_r(z) \bar{Q}_{\text{ref}} \quad (28)$$

2.13.11 Коэффициенты порывистости для скоростного давления

² Преобразование скоростного давления на открытой местности для различных усредненных временных интервалов может проводиться с помощью следующих значений, полученных из раздела 2.13.2:

$$1.1 \bar{Q}^{1h} = \bar{Q}^{10min} = 0.7 \bar{Q}^{1min \text{ (fastest mile)}} = 0.44 \bar{Q}^{3s}$$

Коэффициент порывистости для скоростного давления представляет собой соотношение пикового значения скоростного давления к среднему скоростному давлению ветра:

$$c_g(z) = \frac{q_{\text{peak}}(z)}{\bar{Q}(z)} = \frac{\bar{Q}(z) + g \cdot \sigma_q}{\bar{Q}(z)} = 1 + g \cdot V_q = 1 + g[2 \cdot I_u(z)] \quad (29)$$

где:

$\bar{Q}(z)$ = среднее скоростное давление ветра

$\sigma_q = \overline{q(z,t)^2}^{1/2}$ = среднеквадратическое значение колебаний продольного скоростного давления из среднего значения

V_q = коэффициент вариации колебаний скоростного давления (приблизительно равен двойному значению коэффициента вариации изменений скорости):

$$V_q \cong 2 I(z)$$

g = пиковое значение коэффициента скоростного давления.

Колебание продольного скоростного давления $q(z,t)$ приблизительно соответствует линейной функции изменения скорости. Поскольку:

$$\frac{1}{2} \rho [\bar{U}(z)^2 + u(z,t)^2] = \frac{1}{2} \rho \bar{U}(z)^2 + \rho \bar{U}(z) u(z,t) + \frac{1}{2} \rho u(z,t)^2 \cong \frac{1}{2} \rho \bar{U}(z)^2 + \rho \bar{U}(z) u(z,t)$$

то:

$$\bar{Q}(z) = \frac{1}{2} \rho \bar{U}(z)^2$$

$$q(z,t) \cong \rho \bar{U}(z) u(z,t)$$

и, следовательно, среднее значение и стандартное отклонение пикового коэффициента для 10 минутного скоростного давления одинаковы, как для скорости порыва $g \cong 3.2$ и $\sigma_q \cong 0.4$. Значения пикового коэффициента зависят от временного интервала осреднения исходной скорости.³

2.13.12 Коэффициент подверженности воздействиям для пикового скоростного давления

Пиковое скоростное давление на высоте z над уровнем грунта представляет собой произведение коэффициента порывистости, коэффициента шероховатости и исходного скоростного давления;

$$Q_g(z) = c_g(z) c_r(z) Q_{\text{ref}} \quad (30)$$

Коэффициент подверженности воздействиям определяется как произведение коэффициентов порывистости и шероховатости:

$$c_c(z) = c_g(z) c_r(z) \quad (31)$$

2.13.13 Коэффициенты аэродинамической формы

Коэффициент аэродинамической формы, c_a представляет собой соотношение аэродинамического давления, оказываемого ветром на поверхность сооружения и его компоненты, и скоростного давления. Аэродинамическое давление оказывает нормальное воздействие на поверхность. Условно предполагается, что c_a является положительным при давлениях и отрицательным при всасывающих действиях.

Поскольку давление, оказываемое на поверхность, неравномерно распределяется по всей площади здания или по разным поверхностям здания, аэродинамические коэффициенты должны оцениваться отдельно для различных частей и поверхностей здания.

Коэффициенты аэродинамической формы относятся либо к среднему давлению, либо к пиковому значению давлению ветра.

Аэродинамические коэффициенты зависят от геометрии и размеров здания, угла атаки ветра, т.е. относительного положения объекта в воздушном потоке, категории местности, числа Рейнольдса и т.д.

В отдельных случаях аэродинамические коэффициенты для внешнего давления должны рассматриваться в сочетании с коэффициентами внутреннего давления.

Существуют два различных подхода к практической оценке ветровых воздействий на жесткие конструкции: использующий коэффициенты давления и использующий коэффициенты силы.

- В первом случае сила ветра представляет собой результат суммирования аэродинамических сил, ока-

³ Поскольку $q_{\text{peak}} = c_g^{1 \text{ min}} (c_r Q_{\text{ref}}^{1 \text{ min}}) = c_g^{10 \text{ min}} (c_r Q_{\text{ref}}^{10 \text{ min}}) = c_g^{1 \text{ h}} (c_r Q_{\text{ref}}^{1 \text{ h}})$, то согласно разделу 2.13.8, следующие приблизительные соотношения верны: $c_g^{1 \text{ min}} = 0.7 c_g^{10 \text{ min}} = c_g^{1 \text{ h}}$.

зывающих нормальное воздействие на определенную поверхность. Она предназначена для частей здания.

- Во втором случае сила ветра представляет собой произведение скоростного давления умноженного на общий коэффициент силы и умноженного на фронтальную площадь здания. Данный подход используется в методах расчета динамической характеристики конструкции.

Типичные значения коэффициентов аэродинамической формы могут быть выбраны из соответствующих национальных и международных документов или из результатов аэродинамических испытаний. Коэффициенты аэродинамической формы должны определяться в аэродинамических трубах, способных смоделировать пограничный слой атмосферы.

2.13.14 Анализ неопределенностей

Коэффициенты, используемые при расчете ветровой нагрузки на конструкции, как правило, содержат неопределенности.

Среднее значение и коэффициент вариации ветровых нагрузок, выраженные через произведение случайных переменных в уравнении (1) или уравнении (2) могут быть представлены следующим образом:

$$E(w) = E(c_g) E(c_a) E(c_r) E(Q_{ref}) \quad (32)$$

$$V_w^2 = V_{c_g}^2 + V_{c_a}^2 + V_{c_r}^2 + V_{Q_{ref}}^2 \quad (33)$$

и

$$E(w) = E(c_d) E(c_a) E(c_r) E(Q_{ref}) \quad (34)$$

$$V_w^2 = V_{c_d}^2 + V_{c_a}^2 + V_{c_r}^2 + V_{Q_{ref}}^2 \quad (35)$$

Статистика данных коэффициентов предложена в таблице 5.

Таблица 5. Статистика случайных переменных, используемых при расчете ветровых нагрузок

Переменная	Соотношение $\frac{\text{Ожидаемое}}{\text{Расчетное}}$	Коэффициент вариации, V	Источники
Q_{ref}	0,8	0,2 – 0,3	Давенпорт, 1987
c_r	0,8	0,1 – 0,2	
c_a – коэффициенты давления	1,0	0,1 – 0,3	
– коэффициенты усилия	1,0	0,1 – 0,15	
c_g	1,0	0,1 – 0,15	
c_d	1,0	0,1 – 0,2	
Период конструкции			Ванмарке, 1992
– малые амплитуды	0,85	0,3 – 0,35	
– большие амплитуды	1,15	0,3 – 0,35	
Демпфирование конструкции			
– малые амплитуды	0,8	0,4 – 0,6	
– большие амплитуды	1,2	0,4 – 0,6	

Как правило, но не во всех случаях, логарифмически нормальное распределение является рекомендованной функцией распределения вероятностей для каждого из частных коэффициентов, используемых в уравнениях (32) и (34).

Библиография

- Arya S.P., 1993. Atmospheric boundary layer and its parametrization. Proceedings of the NATO Advanced Study Institute on Wind Climate in Cities, Waldbronn, Germany, July 5-16, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/Boston/London, p.41-66
- ASCE 7-93, 1993 and Draft of ASCE7-95, 1995. Minimum design loads for buildings and other structures. American Society of Civil Engineers, New York
- CIB W81 Commission, 1994. Actions on structures. Wind loads, 6th draft, May
- Davenport N.G., 1995. The response of slender structures to wind. In the wind climate and cities. Kluwer Academic Publishers, p.209-239
- Davenport A.G., 1987. Proposed new international (ISO) wind load standard. High winds and building codes. Proceedings of the WERC/NSF Wind engineering symposium. Kansas City, Missouri, Nov., p.373-388
- Davenport A.G., 1967. Gust loading factors. Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.93, No.3, p.1295-1313
- Davenport A.G., 1964. Note on the distribution of the largest value of a random function with application to gust loading. Proceedings. Institution of Civil Engineering, London, England, Vol. 28 June, p.187-195
- Davenport A.G., 1961. The application of statistical concepts to the wind loading of structures. Proceedings, Institution of Civil Engineering, London, England, Vol.19, Aug., p.449-472
- ESDU 85020, Characteristics of atmospheric turbulence near the ground. Part II: single point data for strong winds (neutral atmosphere), April 1993, 36 p. London, U.K.

ESDU 86010, Characteristics of atmospheric turbulence near the ground. Part III: variation in space and time for strong winds (neutral atmosphere), Sept. 1991, 33 p., London, U.K.

European Prestandard ENV 1991-2-4, 1994. EUROCODE 1: Basis of design and actions on structures, Part 2.4 : Wind actions, CEN

Gerstoft P., 1986. An assessment of wind loading on tower shaped structures. Technical University of Denmark, Lingby, Serie R, No.213

Ghiocel D., Lungu D., 1975. Wind, snow and temperature effects on structures, based on probability. Abacus Press, Tunbridge Wells, Kent, U.K.

Harris R.I., Deaves D.M., 1980. The structure of strong winds. The wind engineering in the eighties. Proceedings of CIRIA Conference 12/13 Nov., Construction Industry, Research and Information Association, London, p.4.1-4.93

ISO / TC 98 / SC3 Draft International Standard 4354, 1990. Wind actions on structures. International Organisation for Standardisation

Joint Committee on Structural Safety CEB-CECM-CIB-FIP-IABSE, 1974. Basic data on loads. Second draft. Lisbon

Kareem, A., Wind Effects on Structures, Prob. Eng. Mech., 2, 4, 1987, pp. 166-200

Karman v., T., 1948. Progress in statistical theory of turbulence. Proceedings, National Academy of Science, Washington D.C., p.530-539

Lumley J.L., Panofsky H.A., 1964. The structure of atmospheric turbulence. J.Wiley & Sons

Lungu D., Gelder P., Trandafir R., 1995. Comparative study of Eurocode 1, ISO and ASCE procedures for calculating wind loads. IABSE Colloquium, Basis of design and actions on structures, Background and application of Eurocode 1, Delft, The Netherlands, 1996

NBC of Canada, 1990. Code National du Batiment du Canada, 1990 and Supplement du Code, Comite Associe du Code National du Batiment, Conseil National de Recherche, Canada

Plate E.J., 1993. Urban climates and urban climate modelling: An introduction. Proceedings of the NATO Advanced Study Institute on Wind Climate in Cities, Waldbronn, Germany, July 5-16, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/Boston/London, p.23-40

Plate E.J., Davenport A.G., 1993. The risk of wind effects in cities. Proceedings of the NATO Advanced Study Institute on Wind Climate in Cities, Waldbronn, Germany, July 5-16, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/Boston/London, p.1-20

Ruscheweyh H., 1995. Wind loads on structures from Eurocode 1, ENV 1991-2-3. In Wind climate in cities. Kluwer Academic Publishers, p.241-258

Schroers H., Losslein H., Zilch K., 1990. Untersuchung der Windstruktur bei Starkwind und Sturm. Meteorol. Rdsch., 42, Oct., p.202-212

Simiu E., Scanlan R.H., 1986. Wind effects on structures. Second edition. J. Wiley & Sons

Simiu E., 1980. Revised procedure for estimating along-wind response. Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.106, No.1, p.1-10

Simiu E., 1974. Wind spectra and dynamic along-wind response. Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.100, No.9, p.1897-1910

Solari G., 1993. Gust buffeting. I Peak wind velocity and equivalent pressure. Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.119, No.2, p.365-382

Solari G., 1993. Gust buffeting. II Dynamic along-wind response. Journal of Structural Engineering, Vol.119, No.2, p.383-398

Solari G., 1988. Equivalent wind spectrum technique: theory and applications. Journal of Structural Engineering ASCE, Vol.114, No.6, p.1303-1323

Solari G., 1987. Turbulence modelling for gust loading. Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.113, No.7, p.1150-1569

Theurer W., Bachlin W., Plate E.J., 1992. Model study of the development of boundary layer above urban areas. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Vol. 41-44, p.437-448, Elsevier

Uniform Building Code, 1991 Edition. International Conference of Building Officials, Whittier, California

Vellozi J., Cohen E., 1968. Gust response factors. Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.97, No.6, p.1295-1313

Vickery B.J., 1994. Across - wind loading on reinforced concrete chimneys of circular cross-section. ACI Structural Journal, May-June, p.355-356

Vickery B.J., Basu R., 1983. Simplified approaches to the evaluation of the across-wind response of chimneys. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Vol.14, p. 153-166.

Vickery B.J., 1970. On the reliability of gust loading factors. Proceedings, Technical meeting concerning wind loads on buildings and structures, Building Science Series 30, National Bureau of Standards, Washington D.C., p.93-104

Vickery B.J., 1969. Gust response factors. Discussion. Journal of the Structural Division, ASCE, ST3, March, p.494-501

Wieringa J., 1993. Representative roughness parameters for homogenous terrain. Boundary Layer Meteorology, Vol.63, No.4, p.323-364

Wind loading and wind-induced structural response, 1987. State of the art report prepared by the Committee on Wind effects of the Structural Division of ASCE. ASCE, N.Y.

2.17 СЕЙСМИЧЕСКАЯ НАГРУЗКА

2.17.1 Общие положения

2.17.1 Общие положения

Две горизонтальные ортогональные компоненты и вертикальная компонента сейсмических колебаний грунта, возникающих на строительной площадке во время землетрясения, могут охарактеризовать вибрацию грунта.

Описание движения грунта для использования при расчете конструкции может быть представлено одним из следующих параметров:

- (i) Акселерограммами;
- (ii) Спектральной плотностью мощности;
- (iii) Спектром реакции грунта.

Любое из этих описаний может варьироваться в зависимости от местности.

Описание сейсмического воздействия, варьирующееся в зависимости от местности, должно соответствовать характеристике грунта, на котором расположено сооружение, а также механизму источника и геологической траектории от источника к площадке.

Акселерограммы могут быть составлены или смоделированы. Спектральная плотность мощности является наиболее репрезентативной функцией для описания частоты спектрального состава движения грунта.

Спектр реакции грунта для определенного движения грунта характеризует максимальный отклик конструкции с одной степенью свободы на это движение.

2.17.2 Вероятностный анализ сейсмической опасности (ВАСО)

2.17.2.1 Общая методология ВАСО

Вероятностный анализ сейсмической опасности (ВАСО) относится к области прогнозирования значительного движения грунта, которое может произойти на определенном строительном участке. Общий ВАСО основан на следующей методологии:

- (i) Идентификации независимых источников сейсмической активности и построении магнитуды (отношение Гуттенберга-Рихтера) на основании вклада каждого из источников;
- (ii) Применении отношения затухания к параметру максимального движения грунта (или реакции конструкции), отнесенного к соответствующей категории согласно классификации грунтов;
- (iii) Расчете параметра максимального движения грунта (или реакции конструкции) на площадке с вероятностью не превышения в течение определенного периода времени.

2.17.2.2 Модель магнитуды землетрясения

Общепринятое выражение, при помощи которого можно сопоставить магнитуды землетрясений с их повторяемостью, было выведено Гуттенбергом и Рихтером в 1944 году. Это отношение называется «формулой зависимости частоты землетрясений от их магнитуды», и предполагает, что в определенном регионе в заданный период времени при землетрясении:

$$\log N(M) = a - bM \quad (2.17.1)$$

где $N(M)$ – это среднее число землетрясений на единицу объема земной коры в единицу времени, имеющие магнитуду, превышающую M ; a и b – региональные константы. Значение параметра a зависит от длительности периода наблюдений и регионального уровня сейсмичности, и, следовательно, широко варьируется от региона к региону, в то время как значение параметра b остается в достаточно узком диапазоне (как правило, $b=1,0$).

Из этого следует, что магнитуда M в отдельно взятом регионе описывается усеченным экспоненциальным распределением, т.е. для $M_1 < M < M_2$ кумулятивное распределение вероятностей (при условии, что $M > M_1$) представлено следующим выражением:

$$F(M) = \frac{1 - \exp[-\beta(M - M_1)]}{1 - \exp[-\beta(M_2 - M_1)]} \quad (2.17.2)$$

в котором:

$$\beta = b \cdot \ln 10 \approx 2,30 \text{ (если } b=1,0)$$

M_1 – это наименьшая магнитуда, представляющая интерес для инженерного анализа, рассматриваемая в модели (здесь $M_1 = 4,0$). M_2 – это наибольшая магнитуда, которую можно ожидать в регионе (здесь $M_2 = 8,0$). Согласно геофизическим представлениям существует связь между максимальным значением магнитуды и толщиной твердой земной коры, а также некоторыми ее свойствами. Поэтому, для различных регионов характерны разные (возможно, точно не определенные) максимальные значения магнитуды. Следовательно, M_2 может также рассматриваться как случайная переменная или может быть приближенно вычислена при помощи следующего отношения:

$$M_2 = (1 + r^{-1})Y_1 - r^{-1}Y_r \quad (2.17.3)$$

где r – число рассматриваемых землетрясений, Y_1 – это максимальное значение магнитуды до настоящего момента, и Y_r – максимальное значение r .

2.17.2.3 Законы затухания

Существует жесткая корреляция между событиями, происходящими в источнике и на площадке, особенно на уровне фундамента конструкции. Как правило, интенсивность колебаний на площадке снижается при уве-

личении расстояния A между площадкой и источником и при уменьшении магнитуды. Это описывается в т.н. законах затухания, которые основаны главным образом на данных инструментальных методов исследования и других данных, полученных при наблюдении. Общий вид закона затухания может быть установлен на основе теории распространения волн различных типов в твердых упругих средах. Достаточно обобщенное представление закона затухания в виде формулы для пикового значения горизонтального ускорения грунта A во фракции g твердого грунта:

$$A = b_1 \cdot e^{b_2 - M} \cdot (\Delta + k)^{-b_3} \cdot \varepsilon_A \quad (2.17.4)$$

где величины Δ, k представлены в км; A во фракции g ; b_1, b_2, b_3 и k – это константы, варьирующиеся в каждом из сейсмических районов. ε_A – это логарифмически нормальный остаточный член, учитывающий изменчивость закона затухания. Отношения представленного выше типа, как правило, демонстрируют достаточно большие дисперсии и не являются общепринятыми. В таблице 1 содержатся некоторые предлагаемые значения коэффициентов затухания, относящиеся к указанным районам. К сожалению, для большинства из них не представлены данные об остаточной погрешности, но $\mu(\varepsilon_A) = 1$ и коэффициент вариации $V(\varepsilon_A)$ могут считаться равными не менее 0,20.

Таблица 1. Законы затухания для пикового значения ускорения грунта (во фракции грунта g)

Район	Издания	b_1 [g]	b_2 [-]	b_3 [-]	k [км]	$V(\varepsilon_A)$
Калифорния, США	Донован (1973)	1,1	0,51	1,32	25	0,71
Калифорния	МакГвайер (1974)	0,48	0,64	1,3	25	0,22
Калифорния и центральная Америка	Эстева & Виллаверде (1973)	5,7	0,8	2	40	0,64
Калифорния ^{*1}	Кэмпбелл (1981)	0,016	0,868	1,09	2,007	0,24
Канада	Мильне & Дэвенпорт (1969)	0,04	0,99	1,39	0	-
Канада	Дэвенпорт (1972)	0,279	0,8	1,64	0	-
Япония	Катайама & Саэки (1978)	0,02	0,7	0,8	0	-
Тайвань	Мау & Као (1978)	0,38	0,876	1,836	20	-
Южная Африка	Донован & Борштайн (1977)	0,073	0,756	1,01	25	-
Центральная Европа	Ахорнер & Розенхауэр (1975)	1,28	0,8	2,0	13	-
Греция	Макропулос (1978)	2,2	0,7	1,8	20	0,50
Швейцария ^{*1}	Зиглер (1985)	0,016	0,868	0,95	2,649	-
Италия ^{*2}	Сабетта и Пульезе (1987)	0,014	0,363	0,5	25	0,20

Примечания:

*1) В отличие от уравнения (2.17.4), законы затухания, предложенные Кэмпбеллом (1981) и Зиглером (1985) определяются следующим образом:

$$A = b_1 \cdot e^{b_2 - M} \cdot (R + k)^{-b_3} \cdot \varepsilon_A \quad (2.17.5)$$

где R – эпицентральное расстояние в км.

*2) Закон затухания по Сабетта и Пульезе (1987):

$$A = b_1 \cdot e^{b_2 - M} \cdot (\Delta^2 + k)^{-b_3} \cdot \varepsilon_A \quad (2.17.6)$$

2.17.2.4 Геометрическая модель сейсмического источника

Источник можно, в целом, рассматривать как случайную пространственную переменную. Очагом землетрясения является точка, в которой происходит сейсмический сдвиг. Гипоцентральное расстояние принимается как расстояние между очагом землетрясения и площадкой.

При наличии четко выраженных линий разлома можно предположить, что очаг с одинаковой вероятностью может находиться в любом месте по линии разлома. Понятие «очаг» может означать центр зоны разрыва грунта. Гипоцентральное расстояние может рассматриваться как наименьшее расстояние между зоной разрыва грунта и площадкой. Длина линии разрыва l может рассматриваться как функция магнитуды землетрясения согласно выражению: $l = \exp(c_1 \cdot M - c_2)$, где c_1 и c_2 – численные характеристики параметров разломов (Киурегиан, Анг, 1977).

Во многих географических регионах места разломов и их активность неизвестны; количество имеющихся данных настолько незначительно, что деление сейсмического района на зоны разломов или другие зоны активности было бы бессмысленным и недостоверным. Кроме того, необходимо учитывать, что в районах высокой сейсмической активности землетрясения возникают практически повсеместно.

Гипоцентральное расстояние A является функцией горизонтального расстояния от очага землетрясения до площадки и глубины очага землетрясения H :

$$\Delta = (R^2 + H^2)^{1/2} \quad (2.17.7)$$

Распределение горизонтального расстояния R от очага землетрясения может быть вычислено с учетом предположения о том, что места проявления очагов землетрясения равномерно распределены по определенным областям гомогенной сейсмической среды (сейсмотектонической провинции). Глубина очага землетрясения считается логарифмически нормально распределенной величиной.

2.17.2.5 Всесторонний подход

Распределения вероятностей во времени

При достаточно хорошем приближении землетрясения происходят согласно пуассоновскому процессу со средней частотой возникновения ν . Однако по законам физики предполагается существование некоторой зависимости между следующими друг за другом событиями. Вероятность превышения $p[A \geq a]$ в базовый период времени T на единицу площади может быть тогда вычислена при помощи следующего уравнения:

$$p[A \geq a] = 1 - \exp(-\nu \cdot TP'[A \geq a]) \quad (2.17.8)$$

ν = число землетрясений с $M > M_1$ на единицу времени (частота возникновения)

T = период времени

$P'[A > a]$ = вероятность того, что $A > a$ при условии, что землетрясение с $M > M_1$ происходит в одной области очага землетрясения.

Статистическая неопределенность оценки ν очень важна, особенно если данные наблюдений охватывают лишь короткий период времени или уровень сейсмической активности сравнительно низок, и, следовательно, для распределения неопределенностей ν рекомендуется Байесовская модель (см. Приложение А). Было предложено следующее упрощенное выражение (Бенджамин, 1968) для вычисления средней частоты возникновения землетрясений ν , полученное на основе Байесовской теоремы:

$$-\nu \cdot T = \ln \left(\frac{1}{\left(1 + \frac{T}{\tau}\right)^{n+1}} \right) \quad (2.17.9)$$

где n – это число наблюдаемых землетрясений в течение периода времени t .

Различные потенциальные очаги землетрясений

В целом, должны одновременно рассматриваться различные потенциальные очаги землетрясений. Если, к примеру, на площадку оказывает влияние более одного «кольцевого» сегмента, то вероятность $P[A \leq a]$ вычисляется следующим образом:

$$P[A \leq a] = 1 - \prod_{i=1}^m (1 - P_i[A \geq a]) \quad (2.17.10)$$

где m – это число очагов землетрясения и $P_i[A \geq a]$ – вероятность превышения для каждого из этих очагов.

2.17.3 Колебания грунта, акселерограммы и соответствующая реакция

2.17.3.1 Пиковое значение ускорения грунта и максимальная скорость грунта

Сейсмическое колебание грунта на определенной площадке могут рассматриваться как стационарный гауссов процесс.

Данные о зафиксированных сейсмических колебаниях грунта должны быть представлены в цифровом виде с временным интервалом между отсчетами данных равным 0,005 секунд. Затем применяется процедура корректировки относительно нулевой линии начала отсчетов, корректировки показаний самого прибора и фильтрации данных. Откорректированные акселерограммы обрабатываются совместно для составления временных диаграмм скорости и перемещения грунта.

Основными параметрами акселерограммы колебаний грунта являются:

- (i) Пиковое значение ускорения грунта, соответствующая максимальная скорость грунта и максимальное перемещение грунта;
- (ii) Частотная характеристика колебаний грунта;
- (iii) Продолжительность колебаний.

Пиковое значение ускорения грунта является амплитудой ускорения грунта. Максимальная скорость грунта – амплитудой скорости грунта. Оба параметра являются простыми показателями интенсивности сейсмического колебания грунта.

Пиковое значение ускорения грунта и максимальная скорость грунта, зафиксированные на площадке во время землетрясения, являются случайными переменными и должны определяться с заданной вероятностью того, что их значения могут быть превышены на определенном участке в течение определенного промежутка времени.

2.17.3.2 Фаза интенсивных колебаний

Фаза интенсивных колебаний – это промежуток времени между двумя отрезками проявления полной энергии на акселерограмме:

$$E_{tot} = \int_0^{t_d} [\alpha(t)]^2 dt \quad (2.17.11)$$

Кумулятивная энергия, описываемая акселерограммой, монотонно возрастает от нуля до значения полной энергии, накопленной в течение общей продолжительности колебаний t_d . Указанные отрезки могут представлять собой следующие интервалы: 0,05-0,95, 0,15+0,85, 0,05-0,75, 0,10+0,90, и т.д..

Фаза интенсивных колебаний представляет собой промежуток времени, в течение которого интенсивность колебаний является практически постоянной и приближенной к максимальной (интенсивность описывается тангенсом угла наклона энергетического графика). Следовательно, для различных сейсмограмм могут использоваться различные значения продолжительности фазы интенсивных колебаний.

В случае моделирования акселерограмм значения продолжительности фазы интенсивных колебаний и движения грунта в переходном режиме могут быть описаны в интервале определенной протяженности линейными огибающими функциями, $I(t)$, в которых увеличивается ускорение грунта как стационарный процесс:

Время нарастания t_r $t \leq t_r$ $I(t) = t/t_r$

Фаза интенсивных колебаний t_m $t_r < t < t_r + t_m$ $I(t) = 1,0$

Время спада $t \geq t_r + t_m$ $I(t) = -t/t_r + t_d/(t_r + t_m)$.

Длительность указанных выше промежутков времени зависит от интенсивности колебаний грунта. Для горных пород и магнитуд порядка $M = 5,5 \div 7,5$ можно принять $t_r = 1-3$ сек, $t_m = 5-15$ сек и время спада равным 4-10 сек.

2.17.3.3 Частотная характеристика колебаний грунта

Частотная характеристика колебаний грунта является определяющим моментом в понимании механизма колебаний грунта, приводящих к повреждению сооружений. Максимальными значениями реакции конструкции являются значения, получаемые в том случае, когда частотные характеристики сооружения и большая часть частотных характеристик колебаний грунта находятся в одном и том же диапазоне частот.

Частотная характеристика может быть описана следующим образом:

- а) Напрямую, значением спектральной плотности дисперсии (спектральной плотности мощности), полученным при стохастическом моделировании процесса ускорения;
- б) Опосредованно, при помощи спектров реакции, полученных при численном интегрировании уравнения, описывающего колебания для случая конструкции с одной степенью свободы;

Стохастические оценки частотной характеристики относятся к функции спектральной плотности мощности стационарных реализаций колебания грунта. Такими оценками являются:

- (i) Безразмерные параметры ε (Картрайт & Лонгетт - Хиггинс) и q (Ванмарке);
- (ii) Частота со значениями квантилей f_{10} , f_{50} и f_{90} , ниже которых имеет место 10%, 50% и 90% общей кумулятивной энергии спектральной плотности мощности и частоты f_1 , f_2 и f_3 соответствуют наивысшим значениям спектральной плотности мощности 1, 2, 3.

Значения оценки параметра ε и диапазона частот определяются как функции спектральных моментов односторонней спектральной плотности ускорения грунта как стационарного процесса $G(\omega)$:

$$\varepsilon = \left(1 - \lambda_2^2 / \lambda_0 \lambda_4\right)^{1/2} \quad 0 \leq \varepsilon \leq 1$$

$$q = \left(1 - \lambda_1^2 / \lambda_0 \lambda_2\right)^{1/2} \quad 0 \leq q \leq 1 \quad (2.17.12)$$

где спектральный момент порядка i ($i = 1, 2, \dots$):

$$\lambda_i = \int_0^\infty \omega^i G(\omega) d\omega \quad (2.17.13)$$

Процессы, происходящие в широком диапазоне частот, имеют значения величины ε , близкие к 2/3 и менее 0,85.

Для сейсмических процессов, характеризующихся узким диапазоном частот, и являющихся доминирующими процессами с большей продолжительностью (т.е. наложением одиночного гармонического процесса с кратким периодом преобладающей частоты f_p и процесса в широком диапазоне частот), характерны значения ε выше 0,95.

Среднеквадратическое значение для процесса ускорения грунта является квадратным корнем спектрального момента нулевого порядка $\lambda_0^{1/2}$, и оно в значительной степени зависит от продолжительности наблюдаемой фазы интенсивных колебаний.

Кумулятивная мощность спектральной плотности мощности определяется следующим образом:

$$CumG(\omega_1) = \int_0^{\omega_{cut-off}} G(\omega) d\omega \quad (2.17.14)$$

где критическая частота обратно пропорциональна удвоенному промежуточному интервалу, используемому при оформлении процесса в цифровом виде.

Продолжительность интервала времени, который должен быть выбран для расчета спектральной плотности мощности стационарных реализаций процесса ускорения должна быть выбрана как $D = T_{0,9} - T_{0,1}$, где $T_{0,9}$ и $T_{0,1}$ – моменты времени, в которые достигается показатели 90% и 10% общей кумулятивной энергии, отображенные на акселерограмме. Альтернативными вариантами продолжительности наблюдаемой фазы является: $D = T_{0,95} - T_{0,05}$ или $D = T_{0,9} - T_{0,05}$.

Для моделирования акселерограмм рекомендуется использование минимального значения спектральной плотности мощности, совместимого с указанными функциями спектров реакции.

Детерминистские средства измерения частотной характеристики зависят от максимальной реакцией конструкции на колебания грунта. Они являются контрольными значениями частоты и соответствующими контрольными периодами времени:

$$f_c = \frac{1}{T_c} = \frac{1SA_{\max}}{2\pi SV_{\max}} \quad (2.17.15)$$

$$f_D = \frac{1}{T_D} = \frac{1SV_{\max}}{2\pi SD_{\max}} \quad (2.17.16)$$

f_c – это граница между ветвями спектров реакции: ветвями максимального ускорения и максимальной скорости, а f_D – это граница между ветвями спектров реакции максимальной скорости и максимального перемещения.

SD , SV и SA являются соответственно спектрами относительного перемещения, относительной скорости и абсолютного ускорения для случая реакции конструкции с одной степенью свободы.

Наиболее важными мерами, используемыми для классификации частотных характеристик акселерограммы, являются:

- (i) контрольная частота f_c
- (ii) параметр ε и
- (iii) диапазон частот $f_{10} - f_{50} - f_{90}$
- (iv) первая максимальная точка спектральной плотности мощности f_1

Было установлено, что корреляция между медианной частотой f_{50} и контрольной частотой f_c является очень жесткой, но контрольная частота характеризуется более высокой устойчивостью, чем медианная.

2.17.3.4 Спектры реакции

Спектры реакции на акселерограмме должны строиться в соответствующих интервалах частот (периодах) для того, чтобы они хорошо подходили для оценки ординат спектра.

Поскольку пиковое значение ускорения грунта и максимальная скорость грунта не являются достаточно надежными коэффициентами пересчета для вычисления спектральных значений ускорения и скорости, к рассмотрению в качестве нормализующих коэффициентов для спектров реакции рекомендуются эффективное пиковое ускорение и эффективная максимальная скорость.

Эффективное пиковое ускорение определяется как среднее значение максимальных ординат спектров ускорения в интервале времени от 0,1 до 0,5 секунд, разделенное на стандартное (среднее) значение равное 2,5 (для 5% затухания):

$$EPA = \frac{\text{среднее } SA_{0,1+0,5}(\xi = 0,05)}{2,5} \quad (2.17.17)$$

Эффективное пиковое ускорение определяется как среднее значение максимальных ординат спектров скорости в интервале времени от 0,8 до 1,2 секунд, разделенное на то же самое стандартное значение равное 2,5 (для 5% затухания).

2.17.3.5. Спектр Канаи-Таджими

Авторитетной концепцией, при помощи которой можно объяснить действие механизма землетрясений, является т.н. теория упругого отталкивания, по которой постепенно нарастающее давление и напряжение в породах земной коры резко превышают предел прочности материала в зоне геологического разлома и тем самым являются причиной серии быстрых глобальных и локальных перемещений грунта на определенной протяженности линии разлома. Предполагают, что подобная последовательность перемещений создает «белый» гауссовский шум, генерирующий два типа объемных волн (продольные или первичные волны и поперечные или вторичные волны), а также поверхностные волны. Очевидно, что дисперсия «белого шума» должна быть напрямую связана с магнитудой. Р-волны (первичные) распространяются быстрее, чем S-волны (вторичные), которыми, на данной местности сопровождаются более медленными поверхностными волнами. И наоборот, значения частот уменьшаются от Р-волн через S-волны к поверхностным волнам, в то время как амплитуда ускорения является наибольшей для S-волн. Во время своего движения сквозь слои земной коры различные волны, возникающие при землетрясении, претерпевают изменения из-за фильтрации, отражения, преломления и затухания волн, вследствие чего преобладающая частота ускорения на местности падает, и вместе с тем согласно физической модели увеличивается гипоцентрального расстояние и магнитуда. С другой стороны, продолжительность самого землетрясения растет с увеличением гипоцентрального расстояния и магнитуды в соответствии с физической моделью.

Наряду с другими специалистами, Канаи и Таджими предположили, что процесс ускорения грунта при землетрясении на определенной площадке строительства можно описывать как поведение простого осциллятора с одной степенью свободы, генерирующего стационарный белый гауссовский шум в т.н. фазе интенсивных колебаний, а демпфирующие свойства грунта зависят от породы грунта, находящейся на рассматриваемой площадке. В особенности, если (односторонняя) спектральная плотность описывается следующим образом:

$$G_A(\omega) = \frac{G_o [1 + 4\zeta_g^2 (\omega/\omega_g)^2]}{[1 - (\omega/\omega_g)^2]^2 + 4\zeta_g^2 (\omega/\omega_g)^2} \quad (2.17.18)$$

где G_0 – коэффициент пересчета, ωg – преобладающая собственная входная частота и репрезентативная величина ζg – коэффициент демпфирования грунта, дисперсия которого может быть описана следующим образом:

$$\lambda_o = \sigma^2_A = \int_0^\infty G_A(\varpi) d\varpi = \frac{\pi G_0 \omega_g}{4 \zeta_g} (1 + 4 \zeta_g^2) \quad (2.17.19)$$

при этом более высокие спектральные моменты могут быть получены при помощи выражения 2.17.11. Коэффициент пересчета определяется следующим образом:

$$G_0 = \frac{A^2 2 \zeta_g \omega_g^3}{\pi \ln \left(2,8 \frac{\omega_g s}{2\pi} \right)} \quad (2.17.20)$$

2.17.3.6 Относительная магнитуда и корреляция между компонентами возбуждения

Вращательным возбуждением, как правило, можно пренебречь. Горизонтальное и вертикальное ускорения могут считаться независимыми, так же как и две ортогональные горизонтальные компоненты, что является абсолютно справедливым для радиальной и тангенциальной составляющих поперечных волн. Интенсивность вертикальных ускорений приблизительно равна интенсивности горизонтальных ускорений в случае небольших эпицентральных расстояний (≈ 20 км) и снижается до 50-30% в случае эпицентральных расстояний большей протяженности на плотном грунте. Вертикальными колебаниями на слабом грунте можно в большинстве случаев пренебречь. Для всех составляющих поступательного перемещения грунта может использоваться тот же самый тип функции спектральной плотности.

При землетрясении колебания грунта пространственно коррелируют в любой момент времени. Предлагается следующая форма автокорреляционной функции: $\rho(r) = \exp[-\alpha r^2]$, где r – расстояние в [м] между 10^{-6} (для плотного грунта) и 10^{-7} (для слабого грунта). Для значения величины $r < 100$ м может использоваться полная корреляция.

Список литературы

- Ahorner, L. & Rosenhauer, W., 1975, Probability Distribution of Earthquake Accelerations with Applications to Sites in the Northern Rhine Area, Central Europe, Journ. Geophys., 41, 581-594.
- Benjamin, J.R., 1968, Probabilistic Models for Seismic Force Design, Journ. Struc. Div., ASCE, 94, ST5, 1174-1195.
- Campbell, K.W., 1981, Near-Source-Attenuation of Peak Horizontal Acceleration, BSSA, Vol.71, No.6.
- Cornell, C.A., 1971, Probabilistic Analysis of Damage to Structures under Seismic Loads, Dynamic Waves in Civil Engineering, Wiley-Interscience (edited by D.A. Howells, I.P. Haigh and C. Taylor), Great Britain.
- Der Kiureghian, A. & Ang, A., 1977, A Fault Rupture Model for Seismic Risk Analysis, Bull. Seis. Soc. Amer., 67, No. 4, 1173-1194.
- Der Kiureghian, A., 1981, Seismic Risk Analysis of Structural Systems, Journ. Eng. Mech. Div., ASCE, 107, No. EM6, 1133-1153.
- Donovan, N.C., 1973, A Statistical Evaluation of Strong Motion Data Including the February 9, 1971, San Fernando Earthquake, Proc. of 5th WCEE, Rome, Italy, 1252-1261.
- Donovan, N.C. & Bornstein, A.E., 1977, The Problems of Uncertainties in the Use of Seismic Risk Procedures in Use of Probabilities in Earthquake Engineering, ASCE, Spec. Publ., 1-36.
- Esteva, L. & Villaverde, R., 1973, Seismic Risk, Design Spectra and Structural Reliability, Proc. 5th WCEE, Rome, 2586-2597.
- Gutenberg, B. & Richter, C., 1944, Frequencies of Earthquakes in California, Bull. Seism. Soc. Amer., 34, 185-188.
- Katayama, T. & Saeki, M., 1978, Statistical Analysis of Earthquake Acceleration Response Spectra, Proc. of ISCE, No. 275 (in Japanese).
- Makropoulos, K., 1978, The Statistics of Large Earthquake Magnitude and an Evaluation of Greek Seismicity, PhD Thesis, University of Edinburgh, Scotland, 1978.
- Mau, S.T. & Kao, C.S., 1978, A Risk Model for Seismic Zoning in Taiwan, Proc. of 2nd Intern. Conf. on Microzonation, Vol. I, San Francisco, 367-378.
- McGuire, R.K., 1974, Seismic structural response risk analysis, incorporating peak response regressions on earthquake magnitude and distance. Massachusetts Inst. of Technol., Dep. of Civ. Eng., Res. Rpt. R74-51.
- Milne, W.G. & Davenport, A.G., 1969, Distribution of Earthquake Risk in Canada, Bull. Seism. Soc. Amer., 59, No. 2, 754-799.
- Sabetta, F. & Pugliese, A., 1987, Attenuation of peak horizontal acceleration and velocity from Italian strong-motion records. Bull. Seismol. Soc. Amer. 77 (1987) 1491-1523.
- Tajimi, H.: A Statistical Method of Determining the Maximum Response of a Building Structure during an Earthquake, Proc. 2nd WCEE, Tokyo, 2, pp. 781-797, Science Council of Japan, Japan.
- Ziegler, A., 1985, Bemessungsbeben für Stauanlagen im schweizerischen Alpenraum, Abhandlung zur Erlangung des Titels eines Doktors der Technischen Wissenschaften der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich, Diss. ETH Nr. 7767, Schweiz.

Приложение А. Байесовское обновление частоты возникновения и магнитуды землетрясений

Сейсмологические особенности данного региона, согласно Пуассоновой частоте возникновения и распределению магнитуд, как правило, известны только приблизительно вследствие недостатка данных. Здесь следует учитывать статистические неопределенности.

Более того, как правило, предпочтителен последовательный способ сбора нестатистической геологической информации. Если представить процесс Пуассона для возникновения землетрясений и гамма-распределение как (естественное сопряженное) априорное распределение в функции вероятностной меры n -ного числа будущих землетрясений в заданный временной интервал $[0, t]$, получаем (/A.1/,/A.2/):

$$p(n/n'', t'', t) = \frac{T(n+n'')}{n!T(n'')} \left(\frac{t''}{t+t''} \right)^{n''} \left(\frac{t}{t+t''} \right)^n \quad (\text{A.1})$$

со средним

$$E[N(0, T)] = \frac{n''}{t''} t \quad (\text{A.2})$$

и где

$$n'' = n_o + \left(\frac{\bar{v}'}{\sigma_v'} \right)^2 \quad t'' = t_o + \frac{\bar{v}'}{(\sigma_v')^2}$$

n_o = количество землетрясений, зафиксированных за прошедший период t_o .

\bar{v}', σ_v' = предварительная геологическая оценка среднего и стандартного V , который теряет информа-

тивность, если формально $\sigma_v' \rightarrow \infty$.

Плотность апостериорной вероятности V равна

$$f''(v | n'', t'') = \frac{t''(t''v)^{n''-1}}{\Gamma(n'')} \exp[-vt''] \quad (\text{A.3})$$

при том, что условная функция распределения масс количества землетрясений равна

$$p(N(O, t) = n | v) = \frac{(vt)''}{n!} \exp[-vt] \quad (\text{A.4})$$

Подобным образом, если значение β в уравнении (1) является предметом статистических неопределенностей и геологической оценки, то прогнозируемая функция распределения магнитуд землетрясения равна:

$$F(m, m'', \eta'') = \frac{1 - \left(\frac{m''}{m'' + m - m_o} \right)^{\eta''}}{1 - \left(\frac{m''}{m'' + m_u - m_o} \right)^{\eta''}} \quad \text{для } m_o \leq m \leq m_u \quad (\text{A.5})$$

при

$$\eta' = n_o + \left(\frac{\bar{\beta}}{\sigma_\beta'} \right)^2$$

$$m'' = n_o(\bar{m} - m_o) + \frac{\bar{\beta}'}{(\sigma_\beta')^2}$$

где n_o - количество землетрясений с магнитудой $M \geq m_o$ и средним арифметическим \bar{m} и β', σ_β' - предварительная (геологическая) оценка среднего и стандартного отклонения параметра частоты магнитуды β . Как и ранее плотность апостериорной вероятности β имеет гамма-распределение с параметрами η'' и m'' .

Список литературы

- [A1] Benjamin, J.R., Cornell, C.A., Probability, Statistics and Decision for Civil Engineers, McGraw-Hill, New York, 1970.
[A2] Campbell, K.W., Bayesian Analysis of Extreme Earthquake Occurrences, Part I: Probabilistic Hazard Models, BSSA, 72, 1982, 5. pp. 1689-1705.

2.18 УДАРНАЯ НАГРУЗКА

Список обозначений:

a = торможение

A_b = площадь здания, включая затененную площадь

d = расстояние от элемента конструкции до дороги

$f_s(y)$ = распределение первоначального положения объекта в направлении y

$F_c(x)$ = статическая прочность на сжатие на расстоянии x от передней части

k = прочность

m = масса

$m'(x)$ = масса на единицу длины

n = количество единиц транспорта, судов и самолетов на единицу времени

$n(t)$ = количество движущихся объектов на единицу времени (интенсивность движения)

P_a = вероятность избегания столкновения в случае вмешательства человека.

$P_{fq}(xy)$ = вероятность обрушения конструкции в случае механического отказа или отказа по вине человека на судне, автомобиле и т.п. в точке (x,y) .

$r = d/\sin \alpha$ = расстояние от «точки выхода» до «точки удара»

R = радиус зоны влияния аэропорта

T = рассматриваемый период времени

v_c = скорость объекта при ударе

$v_c(t)$ = скорость части, подвергаемой удару

$v_c(xy)$ = скорость объекта при ударе при начальном обрушении в точке (x,y) .

v_o = скорость транспортного средства при сходе с пути

x,y = система координат;

α = угол между траекторией столкновения и направлением пути

$\Lambda(r)$ = частота столкновений при аварии на расстоянии r от аэропорта при $r < R$

$\lambda(x,y)$ = интенсивность обрушения как функция координаты x и времени t .

2.18.1 Базовая модель для ударной нагрузки

2.18.1.1 Введение

Базовая модель для ударной нагрузки включает (см. рис. 2.18.1):

- потенциально сталкивающиеся объекты (единицы транспорта, суда, самолеты), имеющие заданный курс, за который может быть принята осевая линия полосы движения, морского пути или воздушного коридора; движущийся объект, как правило, будет несколько отклоняться от данной осевой линии;
- случай механического отказа или отказа по вине человека, который может привести к отклонению от заданного курса; данные случаи представлены с помощью однородного Пуассоновского процесса;
- курс объекта после первого отказа, который зависит от свойств объекта и окружающих условий;
- механический удар объекта о конструкцию, при котором кинетическая энергия объекта столкновения частично переходит в упругопластическую деформацию или повреждение элементов конструкции здания и столкнувшегося с ним объекта.

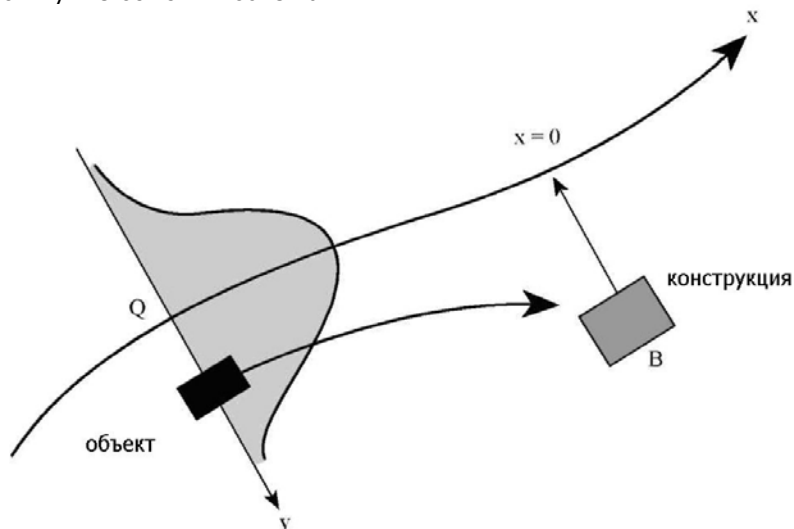


Рис. 2.18.1: Вероятностная модель столкновения

2.18.1.2 Вероятность обрушения

Вероятность того, что одиночный объект, движущийся в направлении x , получит повреждение в результате механического отказа или отказа по вине человека в квадрате $[dx, dy]$ (см. рис. 2.1.8.1) и вызовет обрушение в какой-либо конструкции, определяется следующей формулой:

$$P_{fq}(x, y) f_s(y) dy \lambda(x, y) dx$$

где:

$f_s(y)$ = распределение первоначального местоположения объекта в направлении y (см. рис. 2.18.1)

$P_{fq}(x, y)$ = вероятность обрушения конструкции в случае механического отказа или отказа по вине человека на судне, транспортном средстве и т.п. в точке (x, y) .

x, y = система координат; координата x проходит вдоль осевой линии полосы движения, в то время как координата y представляет собой (горизонтальное) расстояние объекта от центра; конструкция, на которую потенциально может приходиться удар, расположена в точке с координатами $x=0$ и $y=d$.

$\lambda(x, y)$ = интенсивность отказов как функция координаты x и времени t . Зависимость протяженности выражает вариативность условий вдоль осевой линии (например, криволинейные в сравнении с прямыми траекториями). Временная зависимость указывает на различия в летний и зимний периоды, дневное и ночное время и т.д. Следует отметить, что, несмотря на то, что $\lambda(x, y)$ является функцией x и t , ее измерение составляет $[1/\text{протяженность}]$.

Вероятность обрушения конструкции в течение периода времени T может быть представлена следующим уравнением:

$$P_f(T) = 1 - \exp \left\{ - \int \int \int n(t) \lambda(x, t) P_{fq}(xy) f_s(y) dx dy dt \right\} \quad (2.18.1)$$

или для небольшой вероятности и постоянной n и X :

$$P_f(T) = nT \lambda \int \int P_{fq}(x, y) f_s(y) dy dx \quad (2.18.2)$$

где:

T = рассматриваемый период времени

$n(t)$ = количество движущихся объектов на единицу времени (интенсивность движения)

2.18.1.3 Функция распределения для ударной нагрузки

В принципе, удар представляет собой феномен взаимодействия между объектом и конструкцией. Не представляется возможным сформулировать отдельное действие и отдельную функцию сопротивления. Однако верхняя граница ударной нагрузки может быть определена с помощью метода допущения о «жесткой конструкции». Если объект столкновения смоделирован как гибкая система с одной степенью свободы с эквивалентной жесткостью k и массой m , максимально возможная результирующая сила взаимодействия равна:

$$F_c = v_c \sqrt{(km)} \quad (2.18.3)$$

v_c = скорость объекта при ударе

Следует отметить, что уравнение (2.18.3) дает максимальное значение для внешней нагрузки; необходимо учитывать динамические эффекты в конструкции. Далее следует отметить, что также могут быть получены простые верхние границы, если конструкция и/или объект деформируются пластично: $F_c = \min[F_{ys}, F_{yo}]$, где

F_{ys} = сила, превышающая предел текучести конструкции и F_{yo} = сила, превышающая предел текучести объекта; продолжительность данной нагрузки составляет $\Delta t = mv_c / F_c$.

Исходя из формулы (2.18.3) функция распределения для нагрузки F_c может быть определена следующим уравнением:

$$P\{F_c < X\} = 1 - \exp \left\{ - \int \int \int n \lambda P[v_c(xy) \sqrt{(km)} > X] f_s(y) dx dy dt \right\} \quad (2.18.4)$$

$v_c(xy)$ = скорость объекта при ударе, при условии начального отказа в точке (x, y)

При малых вероятностях:

$$P\{F_c < X\} = P_f(T) = nT \lambda \int \int P[v_c \sqrt{(km)} > X] f_s(y) dy dx \quad (2.18.5)$$

Значения переменных см. в разделе 2.18.1.2.

2.18.2 Ударная нагрузка от транспорта

2.18.2.1 Распределение ударной нагрузки

Рассмотрим элемент конструкции, расположенный вблизи от дороги или пути. Ударное воздействие произойдет, если какое-либо транспортное средство, проезжающее по дороге, отклонится от заданного курса в какой-либо критической точке на существенной скорости (см. рис. 2.18.2).

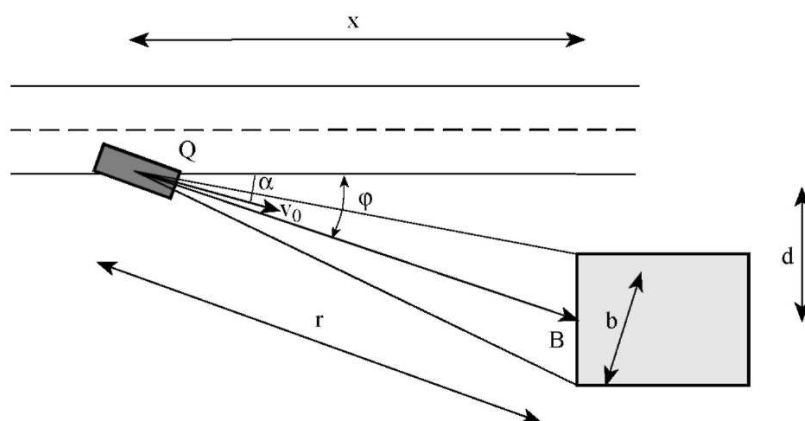


Рис. 2.18.2: Транспортное средство отклоняется от заданного курса в точке Q на скорости v_0 и с углом α . Элемент конструкции на расстоянии r подвергается удару со скоростью v_r

Распределение вероятности силы столкновения основано на (2.18.5), не принимая во внимание то, что вариативность в направлении y задана следующим уравнением:

$$P(F_c > X) = n T \lambda \Delta x P[\sqrt{\{m k (v_0^2 - 2ar)\}} > X] \quad (2.18.6)$$

n = количество единиц транспорта на единицу времени

T = рассматриваемый период времени

λ = вероятность того, что транспортное средство сойдет с дороги на единицу длины пути

Δx = часть дороги от места, где могут ожидать столкновения

v_0 = скорость транспортного средства в момент схода с пути

a = торможение

$r = d / \sin \alpha$ = расстояние от «точки схода» до «точки удара»

d = расстояние от элемента конструкции до дороги

α = угол между курсом столкновения и направлением пути

$\lambda \Delta x$ – вероятность того, что проезжающее транспортное средство сойдет с дороги на промежутке Δx , что приблизительно рассчитывается следующим уравнением:

$$\Delta x = b / \sin \mu(\alpha) \quad (2.18.7)$$

Величина b зависит от размеров конструкции. Однако в случае с небольшими объектами, такими как колонны, минимальное значение b зависит от ширины транспортного средства, таким образом, $b > 2,5$ м.

Числовые значения и вероятностные модели представлены в таблице 2.18.1.

Переменная	Значение	Тип	Среднее значение	Стандартное отклонение
λ	коэффициент аварийности	детерминированный	10^{-10} м^{-1}	–
α	курс угла столкновения	рэлеевский	10°	10°
v	скорость транспортного средства – автомагистраль – населенный пункт – двор – автостоянка	логнормальное логнормальное логнормальное логнормальное	80 км/ч 40 15 10	10 км/ч 7 6 5
a	торможение	логнормальное	$4 \text{ м}^2/\text{с}$	$1,3 \text{ м}^2/\text{с}$
m	масса транспортного средства – грузовой – автомобиль	нормальное нормальное	20.000 кг* 1500 кг	12.000 кг* 400 кг
k	прочность транспортного средства	логнормальное	300 кН/м	60 кН/м

* В сочетании с формулой $F = k \sqrt{mv}$ данные показатели имеют достаточный запас. Могут рассматриваться возможные занижения с учетом превращения энергии во вращательные движения и т.д., например, используя понятие «эффективной массы».

Таблица 2.18.1: Числовые значения для ударной нагрузки транспорта

2.18.2.2 Характеристики ударной нагрузки

Ударное усилие представляет собой горизонтальное усилие; необходимо рассматривать только составляющую усилия, перпендикулярную поверхности конструкции.

Ударное усилие от легковых автомобилей воздействует на конструкцию на уровне 0,5 м над уровнем поверхности пути движения; от грузового транспорта ударное усилие воздействует на конструкцию на высоте 1,25 м над уровнем поверхности пути движения. Область приложения силы составляет 0,25 м (в высоту), умноженная на 1,50 м (в ширину).

Для ударной нагрузки на горизонтальные элементы конструкции, расположенные выше уровня пути движения, действуют следующие правила (см. рис. 2.18.3):

а) на вертикальных поверхностях ударные воздействия следуют из п. 2.18.2.1, а снижение высоты в соответствии с п. в)

б) на горизонтальных нижних боковых поверхностях должна быть предусмотрена разметка, по направлению вверх на 10%. Область приложения силы составляет 0,25 м (в высоту), умноженная на 0,25 м (в ширину).

в) при значениях высоты в свету h , превышающих 6,0 м, усилия равны нулю; при значениях высоты в свету, составляющих от 4,0 м до 6,0 м должна использоваться линейная интерполяция.

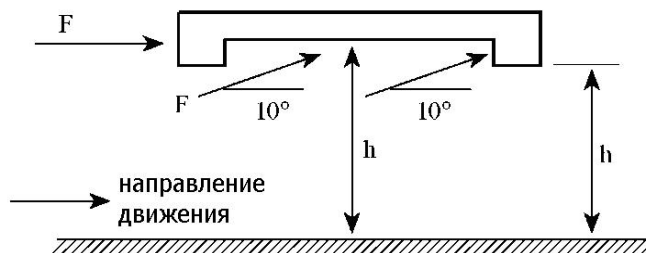


Рис. 2.18.3: Значения ударной нагрузки на горизонтальные элементы конструкции, расположенные над дорожным полотном

2.18.3 Ударная нагрузка при столкновении судна с сооружением

2.18.3.1 Распределение ударной силы

Систему координат (x, y) вводят, как показано на рис. 2.18.4. Координата x соответствует средней линии полосы движения, в то время как координата y обозначает расстояние (в горизонтальной плоскости) от судна до этой средней линии. Конструкция, с которой существует возможность потенциального столкновения движущегося объекта, находится в точке, при координатах $x=0$ и $y=d$.

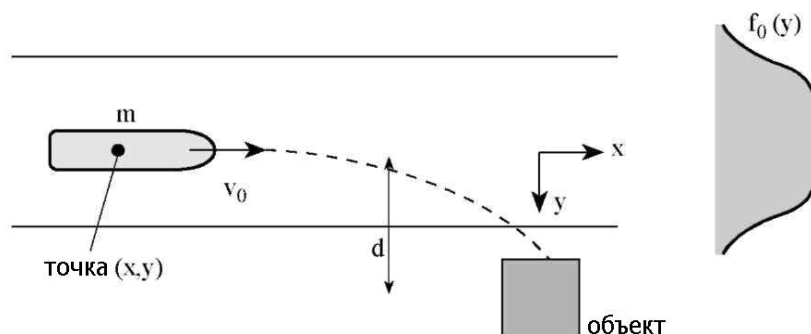


Рис. 2.18.4. Компоненты модели столкновения судна с сооружением

К столкновению судна с сооружением могут привести следующие причины:

- (а) судно следует по встречному курсу, и действий во избежание столкновения не предпринимается;
- (б) возникает механический отказ или отказ по вине человека, который ведет к смене курса.

В случае (а) судно идет встречным курсом, который не корректируется из-за отсутствия надлежащего наблюдения, плохой видимости, устаревших карт и т.д. В случае (б) исходный курс верен, но в нем имеются отклонения, например, вследствие неисправности рулевого управления или ошибочной оценки.

Причины (а) и (б) представлены в следующей модели, являющейся вариантом модели (2.18.1):

$$P(F > X) = n T P_{na} \int \int_{\Delta y} P|v_c(x, y) \sqrt{km} > X| f_s(y) dx dy + n T \lambda \int \int_{-\infty}^{+\infty} P|v_c(x, y) \sqrt{km} > X| f_s(y) dx dy \quad (2.18.8)$$

T = рассматриваемый период времени

n = количество судов на единицу времени (интенсивность движения)

X = вероятность разрушения на единицу пройденного расстояния

$v(x, y)$ = скорость приближения судна перед ударом при заданной погрешности в точке (x, y)

k = жесткость судна

m = масса судна

$f_s(y)$ = распределение исходного положения судна в направлении y

P_{na} = вероятность того, что за счет вмешательства человека столкновение не исключается, в случае, если судно следует встречным курсом

Δy = величина совпадения со встречным курсом y

Для практической оценки, возможно, необходимо проанализировать модель (2.18.8) на предмет различных типов судов и полос движения, а также в конце исследования дополнить имеющиеся данные полученными результатами.

В таблице 2.18.2 представлен ряд стандартных характеристик судов и значений скорости, которые могут быть использованы проектировщиком сооружения.

Переменная	Обозначение	Тип	Среднее значение	Стандартное отклонение
P_{na}	Вероятность исключения столкновения – малая – средняя – высокая – очень высокая	–	0,045 0,003 0,002 0,001	–
λ	Частота отказов	–	10^{-6} км^{-1}	–
v	Скорость – гавань – канал – море	логнормальное логнормальное логнормальное	1,5 м/с 3 6	0,5 м/с 1,0 1,5
m	Масса – небольшая – средняя – большая – очень большая	логнормальное логнормальное логнормальное логнормальное	1000 тонн 4000 20000 200000	2000 тонн 8000 40000 200000
k	Эквивалентная жесткость	логнормальное	15 МН/м	3 МН/м

Таблица 2.18.2. Числовые значения, описывающие удар судна

2.18.3.2 Характеристика силы удара

В соответствующих случаях следует рассматривать удары носовой части, кормы и борта судна. В случае удара борта и кормы можно снизить значения скорости при столкновении.

Удар носовой части следует рассматривать с точки зрения направления главного курса следования судна, с максимальным отклонением 30° .

В случае, если сооружение подвергается удару под углом α , могут рассматриваться следующие силы:

- перпендикулярно стене: $F_y = F \sin \alpha$
- в направлении стены: $F_x = f F \sin \alpha$

где: F – силовое воздействие при столкновении при $\alpha = 90^\circ$, и $f = 0,3$ – коэффициент трения.

Удар должен рассматриваться как свободная горизонтальная составляющая силы; точка удара зависит от геометрии сооружения и размера судна. В качестве ориентира можно использовать координату, имеющую наиболее неблагоприятное расположение, в диапазоне от 0,1 L ниже до 0,1 L выше расчетного уровня воды. Площадь приложения ударной силы составляет 0.05 $L \times 0.1 L$, за исключением случаев, когда размер конструктивного элемента меньше.

L – стандартная длина судна ($L = 15, 40, 100$ и 300 м для судов малого, среднего и крупного размера соответственно).

Распределение сил в верхней части сооружения моста зависит от высоты моста и типа предполагаемого судна. В общем случае воздействие на пролетное строение моста ограничивается пределом текучести судовой надстройки. В качестве средних ориентировочных значений могут быть приняты максимальные значения, составляющие 10 000 кН для крупных судов и очень крупных судов, и 3000 кН для небольших судов и судов среднего размера.

2.18.4 Ударная нагрузка при столкновении самолета с сооружением

2.18.4.1 Распределение ударной силы

Вероятность столкновения самолета с сооружением крайне мала. Только в исключительных случаях, когда рассматриваются такие сооружения, как атомные электростанции, при столкновении с которыми последствия могут быть крайне серьезными, в ходе проектирования необходимо проанализировать ситуацию удара, наносимого самолетом.

Для воздушных коридоров, с использованием модели (2.18.3), и для случаев малой вероятности:

$$P(F_C > X) = n T \lambda A_b P_{na} P(F_C > X | \text{удар}) f_s(y) \quad (2.18.9)$$

n = количество самолетов, пересекающих воздушный коридор, на единицу времени (интенсивность движения)

T = рассматриваемый период времени (например, базовый период времени)

λ = вероятность крушения на единицу расстояния полета

$f_s(y)$ = распределение при ударе о землю, в плоскости, перпендикулярной направлению коридора, в случае крушения

A_b = площадь здания, включая теневую зону

P_{na} = вероятность того, что столкновение не исключается, в случае, если самолет следует встречным курсом

Зона A_b – это площадь самого здания, расширенная за счет так называемой теневой зоны (см. рис. 2.18.5). Величина угла удара α является случайной.

Для случая расположения вблизи аэропорта (на расстоянии r) распределение силы удара основано на следующей модели:

$$P(F_C > X) = nTP_{na}\Lambda(r)A_bP\{F_C > X|удар\} \quad (2.18.10)$$

$$\Lambda(r) = \frac{\bar{\Lambda}R}{2r} \quad (2.18.11)$$

$\bar{\Lambda}$ = средняя частота столкновений на площадь с радиусом окружности $R = 8$ км

$\Lambda(r)$ = средняя частота столкновений на расстоянии r от аэропорта с $r < R$

n = количество самолетов, приближающихся к аэропорту, в ветровых потоках, регулируемых расположением высотных зданий

R = радиус территории, подвергающейся воздействию аэропорта

r = расстояние до аэропорта

Числовые значения представлены в таблице 2.18.3.

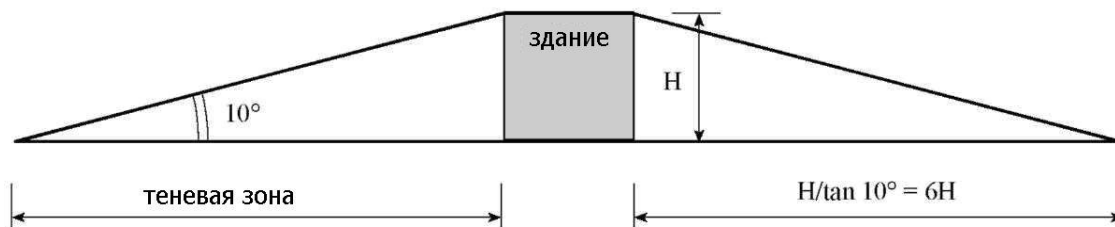


Рис. 2.18.5. Зона удара A_b для случая крушения самолета

Модель (2.18.3) недостаточна для описания случаев крушения самолетов. Представленная ниже модель является более подходящей для данного случая:

$$F_C(t) = F_C(\xi) + m \cdot (\xi) v_C^2(t) \quad (2.18.12)$$

$$\xi = \int_0^t v_C(\tau) d\tau \quad (2.18.13)$$

$F_C(x)$ = статическая прочность на сжатие на расстоянии x от носовой части

$m'(x)$ = масса на единицу длины на расстоянии x от носовой части

$v_C(t)$ = скорость части самолета, на которую приходится удар при столкновении, в момент времени t

Иногда с целью дальнейшего упрощения величина $v_C(t)$ принимается постоянной и равной v_r . Результаты вычислений, основанные на данной модели, представлены в таблице (2.18.4).

Рекомендуется выполнить анализ каждого типа самолета (небольшой, крупный, гражданский, военный) по отдельности и затем дополнить ими полученные результаты.

λ	Частота крушений – военный самолет – гражданский самолет	10^{-8} км^{-1} 10^{-9} км^{-1}
A	Средняя частота столкновений в зоне аэропорта – небольшие самолеты (< 6 тонн) – крупные самолеты (> 6 тонн)	$10^{-4} \text{ лет}^{-1} \text{ км}^{-2}$ $4 \cdot 10^{-5} \text{ лет}^{-1} \text{ км}^{-2}$
R	Радиус территории, подвергающейся воздействию аэропорта	8 км
α	Угол удара	Среднее значение 10° Стандартное отклонение 10° Распределение Рэлея

Таблица 2.18.4. Числовые значения для модели столкновения самолета


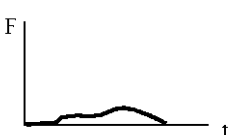
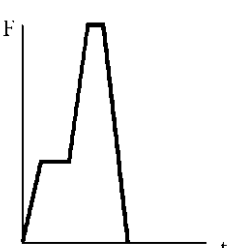
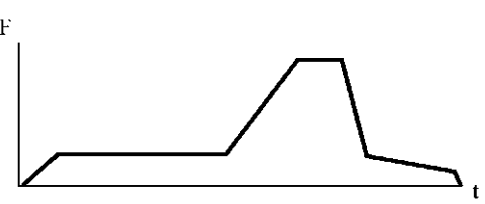
Тип ВС	t[м/с]	F [МН]	
«Цессна» (Cessna) 210 A m = 1,7 тонн v = 100 м/с A = 7 м ² двигатель m = 0,2 тонн A = 0,5 м ²	0 3 6 18 18	0 7 7 4 4	
«Лирджет» (Lear Jet) 23 A m = 5,7 тонн v = 100 м/с A = 12 м ²	0 20 35 50 70 80 100	0 2 6 6 12 20 0	
«Многоцелевой боевой самолет» (MRCA, Multi Role Combat) m = 25 тонн v = 215 м/с A = 4 м ² двигатель m = 1,2 тонн A = 0,5 м ²	0 10 30 40 50 701	0 55 55 154 154 0	
«Боинг» (Boeing) 707-320 m = 90 тонн v = 100 м/с A = 36 м ²	0 30 150 200 230 250 320 330	0 20 20 90 90 20 10 0	

Таблица 2.18.4. Характеристики ударной нагрузки для ситуаций столкновения самолетов различных типов (в перпендикулярной плоскости к неподвижным стенам)

A = область поперечного сечения плоскости крыла или двигателя

M = масса

v_r = скорость при столкновении

2.20 ПОЖАР

Список обозначений:

A_f = общая площадь

A_i = площадь вертикальных отверстий i в пожарном отсеке [м²]

A_t = общая площадь внутренней поверхности

f = вентиляционное отверстие

H_i = специальная энергия сгорания для материала i

m_i = понижающий коэффициент степени горения, варьирующийся между 0 и 1

M_{ki} = горючая масса при ΔA для материала i

q_o = плотность пожарной нагрузки на общую площадь объекта

t = время

t_{eq} = эквивалентное время продолжительности пожара

α = параметр

β_f = коэффициент (неопределенность модели)

θ = температура в помещении

θ_o = температура в момент начала пожара

θ_A = параметр

2.20.1 Модель возгорания

Вероятность возникновения пожара в данном здании или на определенной площади моделируется как процесс Пуассона с постоянной частотой наступления:

$$P\{\text{возгорание за } (t, t + dt) \text{ в помещении}\} = v_{\text{fire}} dt \quad (2.20.1)$$

Частота наступления V_{fire} может быть записана как сумма локальных значений общей площади:

$$v_{\text{fire}} = \iint_{A_f} \lambda(x, y) dx dy \quad (2.20.2)$$

Где $\lambda(x, y)$ соответствует вероятности возгорания пожара в год на 1 квадратный метр для данного типа помещения; A_f – общая площадь пожарного отсека. Как и в большинстве случаев, $\lambda(x, y)$ может быть упрощена до константы, а уравнение (2.20.2) может быть упрощено до:

$$v_{\text{fire}} = A_f \lambda \quad (2.20.3)$$

Значения для λ представлены в таблице 2.20.1.

Тип здания / помещения	λ [м ² год ⁻¹]
жилое / школа	от 0.5 до 4 * 10 ⁻⁶
магазин / офис	от 1 до * 10 ⁻⁶
помещение промышленного назначения	от 2 до 10 * 10 ⁻⁶

Таблица 2.20.1: Примерные значения вероятностей возникновения пожара в течение года λ на общую площадь объекта для различных типов зданий и помещений

2.20.2 Наступление вспышки

После возгорания существует несколько путей развития пожара. Пожар может потушиться сам из-за отсутствия горючего материала через определенный промежуток времени. Также пожар может быть обнаружен на ранней стадии и потушен вручную. Пожар может быть потушен с помощью автоматической спринклерной системы, либо пожар может быть своевременно потушен пожарной бригадой до возникновения вспышки. Лишь в единичных случаях пожар развивается до пожара в помещении; иногда пожар может проникнуть через преграды и перекинуться на другое помещение. С точки зрения конструкции здания только такой полностью развившийся пожар или пожар, следующий за вспышкой (см. рис. 2.20.1), может стать причиной разрушения здания. Для очень крупных пожарных отсеков, имеющих очень большую концентрацию пожарных нагрузок, например, помещение промышленного назначения, высокоинтенсивный локальный пожар также может привести к (локальному) повреждению конструкции.

Частота наступления вспышки представлена следующим уравнением:

$$v_{\text{flashover}} = P\{\text{вспышка} \mid \text{возгорание}\} v_{\text{fire}} \quad (2.20.4)$$

Вероятность вспышки после наступления пожара может зависеть от присутствия спринклерной системы или пожарной бригады. Числовые значения для расчета представлены в таблице 2.20.2.

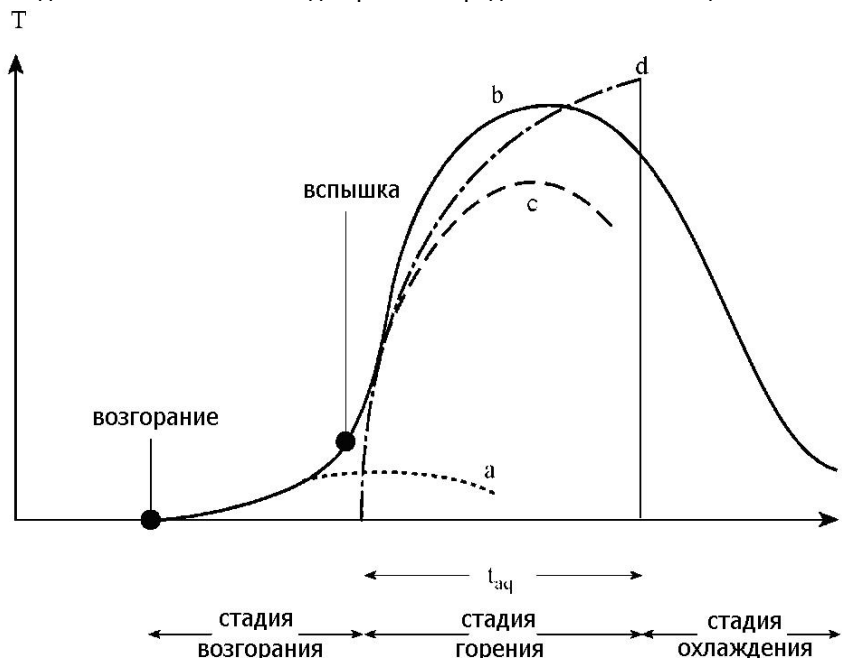


Рис. 2.20.1: Схематичное изображение кривой температура-время

* Кривая (a) представляет собой кривую температура-время при успешном срабатывании спринклерной системы или при своевременных действиях пожарной бригады.

* Кривая (b) представляет собой отношение температура-время для полностью развившегося пожара.

* Кривая (c) обозначает ограниченное вмешательство пожарной бригады, прибывшей после наступления вспышки.

* Кривая (d) обозначает кривую температуры стандарта ISO (см. раздел 2.20.4.2).

Метод противопожарной защиты	P{вспышка возгорание}
Пожарная бригада	10 ⁻¹
Спринклер	10 ⁻²
Высококвалифицированная местная пожарная бригада и противопожарная сигнализация (относится только к промышленным зданиям)	от 10 ⁻³ до 10 ⁻²
Спринклерная система и высококвалифицированная местная пожарная бригада	10 ⁻⁴

Таблица 2.20.2: Вероятность вспышки при определенном возгорании в зависимости от типа активных противопожарных мер

2.20.3 Моделирование поведения горючих материалов

Присутствующие горючие материалы могут рассматриваться как случайные поля, которые, в целом, могут быть неоднородными и нестационарными. Интенсивность поля q в определенной точке в пространственно-временной плоскости определяется следующим образом:

$$q = \frac{\sum m_i M_{ki} H_i}{A_f} \quad (2.20.5)$$

m_i = понижающий коэффициент, описывающий мощность горения, находящийся в диапазоне от 0 до 1

M_{ki} = присутствующая горючая масса материала i на площади A_f

H_i = удельный расход энергии при сгорании материала i

A_f = рассматриваемая площадь помещения

В некоторых случаях интенсивность q может также зависеть от вертикальной ординаты.

Величины безразмерного коэффициента является функцией следующих параметров – типа горючего, геометрических характеристик горючих материалов, и расположения горючего внутри пожарного отсека среди остальных вещей. В случае некоторых типов составляющих нагрузки величина m_i зависит от длительности пожара и от температурно-временных характеристик, образующегося при пожаре внутри отсека. Вероятностные модели для величины q представлены в таблице 2.20.3.

Тип пожарного отсека	Среднее значение $\mu(q_0)$ [МДжм ⁻²]	Коэффициент вариации $V(q_0)$
1 : Жилые помещения	500	0,20
2 : Офисные помещения	600	0,30
3 : Школы	350	0,20
4 : Больницы	450	0,30
5 : Гостиницы	300	0,25

Таблица 2.20.3. Рекомендуемые значения средней интенсивности пожарной нагрузки

2.20.4 Температурно-временная зависимость

2.20.4.1 Научные модели

При наличии характеристик как горючего материала, так и отсека, длительность периода времени после вспышки на кривой зависимости температуры от времени может быть вычислена с использованием уравнений баланса массы и энергии.

Многие переменные могут вводиться в модель как случайные, например, переменные, описывающие следующее:

- количество и расстояние между горючими материалами;
- значение эффективной энергии;
- скорость сгорания;
- вентиляционная характеристика;
- использование воздуха и параметры газообразования;
- свойства теплопроводности;
- неопределенности моделей.

Кроме того, интенсивность развития пожара может зависеть от таких событий, как разрушение окон или защитных оболочек, что может привести к изменению условий вентилирования или количества имеющихся горючих материалов соответственно.

В качестве упрощения могут использоваться следующие предположения:

1. Горючим материалом является дерево;
2. Дерево равномерно распределено по площади помещения;
3. При строительстве пожарного отсека использовались стандартные строительные материалы (кирпич, бетон);
4. Процесс горения регулируется вентиляцией, а не количеством топливной нагрузки (что является предположением с запасом);
5. Начальная температура составляет 20° С.

В этом случае кривая зависимости температуры от времени определяется двумя параметрами:

- плотность пожарной нагрузки, усредненной по площади q_0 ;
- коэффициент открытости помещения f .

Коэффициент открытости помещения f определяется следующим образом:

$$f = \frac{A_v}{A_t} \sqrt{h}; \text{ с } h = \frac{\sum A_i h_i}{A_v}; \quad A_v = \sum A_i \quad (2.20.7)$$

где:

A_t = общая внутренняя площадь поверхности пожарного отсека, т.е. площадь стен, перекрытия и потолка, включая проемы [м^2]

A_i = площадь вертикального проема i в пожарном отсеке [м^2]

h_i = высота проема i [м]

Коэффициент открытости пожарного отсека, который имеет также и горизонтальные проемы, может быть вычислен при помощи подобного выражения. При вычислении коэффициента открытости предполагается, что простое оконное стекло мгновенно разрушается при возникновении пожара.

Во многих случаях возможно указать физический максимум f_{\max} . Фактическое значение f при пожаре следует моделировать как случайную величину согласно следующей формуле:

$$f = f_{\max} (1 - \xi) \quad (2.20.8)$$

ξ = случайный параметр (см. таблицу 2.20.4)

Во избежание получения отрицательных значений f это логарифмически нормальное распределение должно быть урезано в точке $\xi = 1$. Кроме того, следует умножить полученные значения температуры на общий коэффициент неопределенности модели θ_{model} .

2.20.4.2 Инженерные модели

Во многих инженерных приложениях используется эквивалентная стандартная зависимость температуры от времени согласно стандарту ISO 834:

$$\theta = \theta_o + \theta_A \log_{10} \{\alpha t + 1\} \quad \text{для } 0 < t < t_{eq} \quad (2.20.9)$$

где:

$$t_{eq} = \frac{\beta_f q_o A_f}{A_t \sqrt{f}} \quad (2.20.10)$$

θ = температура в отсеке

θ_o = температура в момент начала пожара

θ_A = параметр

α = параметр

t = время

t_{eq} = эквивалентное время длительности пожара

β_f = коэффициент (неопределенности модели)

q_o = плотность пожарной нагрузки на единицу площади

A_f = площадь помещения

A_t = общая площадь внутренней поверхности

f = вентиляционный проем (см. 2.20.7, 2.20.8)

Числовые значения и вероятностные модели представлены в таблице 2.20.4.

Переменная	Распределение	Среднее значение	Стандартное отклонение
ξ	усеченное логнормальное распределение ¹⁾	0,2 4,0 $\text{см}^{2,25}/\text{МДж}$	0,2 1,0
β_f	логнормальное	20°C	—
θ_o	детерминированное	345K	—
θ_A	детерминированное	0,13 с^{-1}	—
α	детерминированное		

¹⁾ значения величины $\xi > 1$ следует опустить

Таблица 2.20.4. Числовые значения случайных переменных

ЧАСТЬ 3. МОДЕЛИ СОПРОТИВЛЕНИЯ

3.0 ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ

Список обозначений:

$f_x(x|q)$ = дисперсия свойства x в пределах заданной партии материалов

$f_q(q)$ = дисперсия параметров q в разных партиях материалов; описание производства с точки зрения статистики

$f(q)$ = априорное распределение q

$f'(q)$ = апостериорное распределение q

$L(\text{данные}|q)$ = функция правдоподобия

q = вектор распределения параметров (например, среднее значение и стандартное отклонение)

C = нормализующая константа

d = решающее правило

3.0.1 Введение

Описание каждого из свойств материала включает в себя создание математической модели (например, упругопластической модели, модели ползучести, и т.д.) и случайные переменные или случайные поля (например, модуль упругости, коэффициент ползучести). Функциональные зависимости между различными переменными могут являться частью модели, описывающей материал (например, зависимость между напряжением при растяжении и напряжением при сжатии бетона).

В целом, для расчета конструкции имеет значение реакция материалов на статическое и зависящее от времени механическое нагружение. Однако, реакция материалов на физические, химические и биологические воздействия также важна, поскольку она может оказывать влияние на механические свойства и поведение материалов.

Подразумевается, что моделирование представляет собой метод разумного упрощения реальной ситуации, таким образом, что в инженерном смысле полученный результат многое объясняет и прогнозирует. Важным аспектом инженерных моделей является их «готовность к работе», т.е. простота использования в рамках существующих приложений.

Полученные модели и значения должны быть результатом (стандартизированных) испытаний, в ходе которых, насколько это возможно, воссоздаются условия окружающей среды и условия нагружения, максимально приближенные к реальным. Набор испытываемых образцов должен быть типичным для производства в соответствующих местах изготовления, относиться к достаточно продолжительному периоду времени и может также демонстрировать результаты применения стандартных мер контроля качества. Следует принять в расчет возможные различия между условиями проведения испытаний и условиями, характерными для конструкции (преобразование).

Что касается традиционно используемых строительных материалов, данные об их различных свойствах, в большинстве случаев, были получены из опыта их использования, а также в результате проведенных ранее испытаний. Модели и значения, характеризующие новые строительные материалы, должны быть результатом применения обширной и четко определенной программы испытаний.

3.0.2 Свойства материалов

Свойства материалов – это свойства образцов материалов определенного размера, отобранных в заданных условиях, согласно установленным правилам, и подвергающихся испытанию по согласованному методу, результаты которого оцениваются в соответствии с установленным порядком проведения испытаний.

Основные характеристики механического поведения материалов могут быть описаны при помощи одномерной диаграммы $\sigma - \varepsilon$, как показано на рис. 3.0.1. В качестве абсолютного минимума для расчета конструкции необходимы значения

- модуля упругости
- прочности материала

как при растяжении, так и сжатии. Другими значимыми параметрами, включенными в диаграмму $\sigma - \varepsilon$, являются:

- предел текучести
- предел пропорциональности
- деформация при разрыве и деформация при максимальном напряжении

Деформация при разрыве является локальным явлением, и полученное значение может в значительной степени зависеть от формы и размеров испытываемого образца.

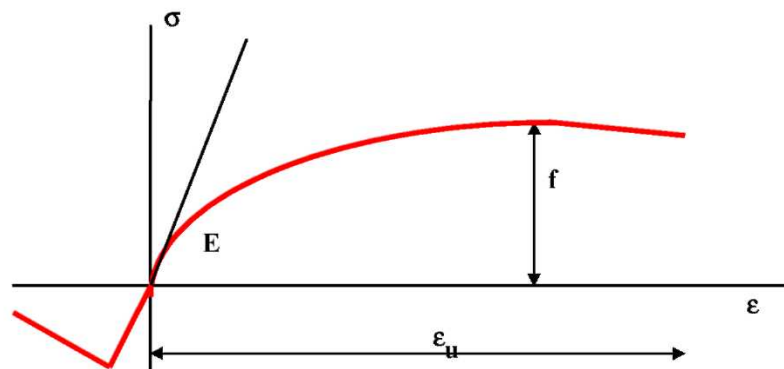


Рис. 3.0.1. Зависимость между напряжениями и деформацией

Кроме одномерной диаграммы $\sigma - \varepsilon$ имеют значение данные о ряде других величин и воздействий:

- Условия многоосного напряжения
- Влияние продолжительности и скорости деформации
- Воздействие температуры
- Воздействие влажности
- Влияние наличия надрезов и дефектов
- Влияние химических воздействий

В общем случае различные свойства одного и того же материала могут быть скоррелированы между собой.

В настоящей версии «Вероятностных модельных норм JCSS» Объединённого комитета по надёжности конструкций (JCSS) рассматриваются не все свойства материалов.

3.0.3 Неопределенности моделей, описывающих материалы

Свойства материалов пространственно изменяются случайным образом – значение прочности на разных участках одной и той же или другой конструкции. Более подробно этот вопрос рассматривается в пп. 3.04 и 3.05.

Кроме пространственного изменения свойств материалов следует учитывать представленные ниже неопределенности, показывающие расхождение между полученными показателями свойств образцов материалов и характеристиками материалов реально существующего сооружения.

1. Систематические отклонения, выявленные при проведении испытаний в лабораторных условиях, посредством сравнения полученных показателей свойств материала конструкции и прогнозируемых показателей свойств материала, с учетом вероятности ошибки прогнозирования.

2. Случайные расхождения между полученными и прогнозируемыми показателями свойств материала конструкции, как правило, предполагающие некоторую неполноту переменных, участвующих в модели.

3. Неопределенности соотношения материала, входящего в конструктивный образец, и соответствующих образцов материала.

4. Разное качество изготовления, влияющее на свойства (условных) образцов материала, т.е. когда поставка материала вводится в модель как поставка образцов материала.

5. Влияние отличающегося качества изготовления при использовании материала в реально существующих или строящихся конструкциях не продемонстрировано на соответствующих образцах материала.

6. Неопределенности, относящиеся к изменениям во времени, прогнозируемые только в ходе испытаний, проводимых в лабораторных условиях, при натурных наблюдениях и т.д.

3.0.4 Масштабы моделируемых изменений

Свойства материала могут локально варьироваться в пространстве и, вероятно, во времени. Что касается пространственных изменений, то целесообразно выделять три иерархических уровня: глобальный (макро), локальный (мезо) и микро (см. таблицу 3.0.1).

Например, вариативность среднего и стандартного отклонения прочности бетонного цилиндра в составе элемента конструкции, как показано на рис. 3.0.2, является типичной формой изменения общего параметра. Данное изменение преимущественно является результатом особенностей технологии и стратегии производства изготовителей бетона. Изменения параметров между объектами для удобства обозначаются как изменения макро-масштаба. Единица такого масштаба находится на уровне конструкции или элемента конструкции. Изменения параметров также могут возникать из-за статистических неопределенностей.

При наличии информации об определенном параметре в системе, следующим шагом является моделирование локальных изменений в системе относительно случайных процессов или полей. Обычно пространственные корреляции (зависимости) теряют значимость на расстояниях, сравнимых с размером системы. Это является прямым следствием процедуры иерархического моделирования, в которой естественно предположение о том, что изменение внутри системы обусловлено изменениями между системами, а первый тип изменений условно независим от второго. На этом уровне можно говорить об изменениях мезо-масштаба. В качестве примера можно привести пространственное изменение почв в пределах определенного (не слишком большого) участка под фундамент или количество, размер и пространственное распределение дефектов вдоль линий сварки при работе сварочного автомата (или сварщика). Единица данного масштаба находится на уровне размера элемента конструкции и, вероятно, для удобства измеряется в метрах.

На третьем уровне, микро-уровне, основное внимание уделяется быстроменяющимся изменениям и неоднородностям, которые, как правило, не контролируются, поскольку возникают как следствие таких физических факторов, как случайное распределение пространства и размер заполнителей, пор или частиц в бетоне, железе или других материалах. Масштаб этих изменений оценивается размерами частиц, т.е. начиная с сантиметров, и заканчивая размерами кристаллов.

В процессе моделирования обычно используются физические доводы насколько это возможно. Довольно часто объект рассматривается как совокупность небольших элементов. Статистические свойства таких элементов обычно могут быть проанализированы лишь качественно, то же самое касается типов их взаимодействия. Тем не менее, этого достаточно для выполнения некоторых базовых операций, таких как вычисление предельного значения, суммирование или пересечение двух множеств, которые описывают общие характеристики. Большое количество элементов отлично способствует таким действиям, так как появляется возможность использования предельных теорем в теории вероятности. Преимущество использования асимптотических концепций основывается на том факте, что описание свойств элемента впоследствии может быть сведено лишь к нескольким основным характеристикам. Центральная предельная теорема теории вероятности, асимптотическая концепция предельных значений, теоремы сходимости к распределению Пуассона и т.д. будут играть важную роль. На этом уровне внимание в особенности должно уделяться влиянию размеров.

Введение референтного объема материала, который, как правило, выбирается из практических соображений, является целесообразной концепцией. Такой объем наиболее часто соответствует объемам тестируемых образцов материала. Данный объем обычно не соответствует ни объему элементов с виртуальной прочностью, представленных на уровне моделирования макро-масштаба, ни характерным объемам фактической прочности. Его следует относить к последнему, а такие операции могут включать в себя не только обычное изменение размеров, но и более сложные функциональные взаимосвязи, если предполагается, что после установки на полученный материал будут оказывать влияние дальнейшие факторы неопределенности. Бетон является наиболее очевидным примером необходимости подобного дополнительного анализа. Конечно, масштабные эффекты также могут наблюдаться на уровне моделирования мезо-масштаба.

Концепция моделирования на нескольких уровнях (ступенях) диктуется требованием оперативности не только в вероятностных действиях, но также в выборке, оценке и контроле качества. Данный способ моделирования и доводы, приведенные ниже, являются действительными лишь при определенных технических стандартах производства и контроля. На уровне макро-масштаба предполагается, что процесс производства находится под контролем. Это означает, что выход продукции в некотором смысле является устойчивым. В случае развития такой тенденции контроль производства незамедлительно или с небольшой задержкой корректируется под нее. Поэтому, предполагается, что, по крайней мере, для некоторых временных интервалов (или областей пространства), чья длительность (размер) следует выбирать тщательно, приблизительная устойчивость в мезо и микро-масштабе гарантирована. Достаточно часто доступные операционные математические модели требуют эргодичности. Поэтому, изменения на уровне макро-масштаба могут быть описаны с помощью стационарных последовательностей. Если предполагается, что последовательности являются или могут быть независимыми, то изменения макро-масштаба могут быть рассмотрены с помощью концепции случайных переменных. Стационарность также подразумевается на низких уровнях. Тем не менее, может возникнуть необходимость использовать теорему случайных процессов (полей) на более низких уровнях, в особенности для того, чтобы учесть существенное влияние временных и пространственных зависимостей.

3.0.5 Иерархические модели

Рассмотрим характеристику свойства материала X , выбранную в случайном порядке, которая описывается функцией распределения плотности вероятностей $f_x(x | \mathbf{q})$, где $\mathbf{q} = (q_1, q_2, \dots)$ является вектором статистически распределенного параметра, например, q_1 означает среднее значение, и q_2 – стандартное отклонение. Функция плотности $f_x(x | \mathbf{q})$ относится к свойству конечного стандартного объема, точно соответствующего или непосредственно связанного с объемом испытываемых образцов в пределах заданного типа материала. Рекомендации, связанные с типом распределения, могут быть получены посредством выполнения оценки рабочих характеристик контрольного объема в условиях проведения испытаний и с точки зрения поведения той или иной микросистемы. Рабочие характеристики испытываемых образцов, рассматриваемых в качестве системы микроэлементов, могут, как правило, интерпретироваться при помощи одной из указанных ниже моделей прочности:

- Модель самого слабого звена
- Модель полной пластичности
- Модель пучка волокон (модель Даниэлса)

Применение данных моделей к системам с растущим числом элементов, как правило, приводит к получению специфических видов распределений, описывающих свойства системы на мезомасштабном уровне. Использование модели самого слабого звена приводит к получению распределения Вейбулла, а другие две модели – к получению нормального распределения. Для более высоких значений коэффициентов вариации нормальное распределение следует заменять логарифмически нормальным во избежание получения физически невозможных, отрицательных значений прочности.

Следующим шагом (см. Таблицу 3.0.1) является рассмотрение единицы (конструктивного элемента) в качестве элемента мезомасштаба (локальные вариации). Соответствующий элемент рассматривается как состоящий из ряда конечных объемов. Следовательно, свойство данного элемента моделируется в виде случайной последовательности $X_1, X_2, X_3 \dots$ свойств контрольного объема. Характеристики свойства X_i , можно рассматривать как коррелированные с коэффициентом корреляции, зависящим от расстояния Δr_{ij} , и корреляционных параметров ρ_0 и d_c , например:

$$p(\Delta r_{ij}) = p_0 + (1 - p_0) \exp[-(\Delta r_{ij} / d_c)^2] \quad (3.0.1)$$

В общем случае, $p_0 = 0$.

Следующим шагом, который описан ниже, является рассмотрение полной конструкции или соответствующей ее части в качестве партии материалов. Партия изделий – это набор единиц продукции, изготовленных одним и тем же производителем, в течение достаточно короткого периода времени без явно выраженных изменений в условиях производства, и предполагаемых к использованию на одной и той же строительной площадке. На практике, партии материалов представляют собой, например, следующее:

- готовую бетонную смесь для некоторого набора элементов;
- конструкционную сталь одной плавки, обработанную в одних и тех же условиях;
- фундаментные сваи для определенной строительной площадки.

Поскольку партия изделий представляет собой набор единиц продукции, она также может рассматриваться как набор контрольных объемов X_i . Как правило, параметры q , определенные заранее, являются параметрами, определенными для партии изделий. Корреляция между значениями X_i в различных элементах, как правило, может быть смоделирована одним параметром:

$$p_{ij} = p_0 \quad (3.0.2)$$

В заключение, на самом высоком уровне макромасштаба находится последовательность партий изделий, представленных случайной последовательностью параметров, описывающих партии изделий (в пространстве или времени). В этом случае беспокойство вызывает оценка параметров распределения, из одного или нескольких источников. Отдельные партии изделий могут интерпретироваться как случайные образцы, взятые из генеральной совокупности или поставки большого объема продукции, которая включает в себя все изготовленные материалы (и подвергшиеся проверке), согласно указанным характеристикам, в пределах одной или нескольких стран. Макромасштабная модель может использоваться в случае большого количества производителей и сооружений или если отличия между производителями могут рассматриваться как почти случайные.

Таблица 3.0.1. Масштаб изменения исследуемых свойств

Масштаб	Объем анализируемых элементов	Используемый термин	Обозначение
Макро (глобальная)	Ряд сооружений	Поставка большого объема продукции	X
Мезо	Набор элементов	Партия изделий	X q и p_0
Мезо (локальная)	Один элемент	Единица продукции	X q и $p(\Delta r)$
Микро	Совокупный уровень	Контрольный объем	Тип распределения

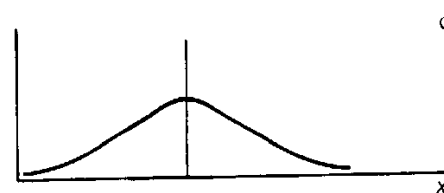
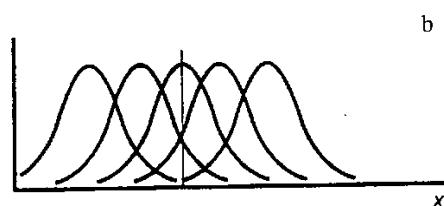
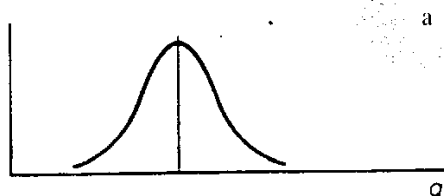


Рис. а) Описание производства $f_q(q)$

Рис. б) Описание партии изделий $f_x(x|q)$

Рис. в) Общее количество поставленной продукции $f_x(x)$

Рис. 3.0.2: Описание параметров производства, партий изделий и общего количества поставленной продукции

Описание поставки большого объема продукции представлено $f(q)$. Тип и параметры должны быть получены в результате проведения статистического исследования варьирования свойств в наборе из различных партий изделий, произведенных на рассматриваемом производстве. Предполагается, что значение параметра $f(q)$ известно и не имеет статистической неопределенности. В случае, если статистическими неопределенностями нельзя пренебречь, они могут быть учтены. Распределение $f(q)$ следует наблюдать в течение более или менее продолжительного периода времени, для того, чтобы выявить возможные изменения характеристик производства.

Функция распределения плотности вероятностей (прогнозируемой функции плотности вероятностей) для произвольной единицы продукции («произвольной» означает, что партия изделий четко не определена) может быть построена на основе формулы полной вероятности:

$$f_x(x) = \int f_x(x|q)f_q(q)dq \quad (3.0.3)$$

Функция плотности вероятности $f(x)$ может быть представлена как статистическое описание параметра x в пределах большого количества выбранных случайным образом партий изделий. Для некоторых целей можно также определить значение параметра $f(x)$ напрямую.

3.0.6 Определение характеристического значения

Характеристическое значение, описывающее материал с учетом свойства X определяется как квантиль p_x в прогнозируемом распределении, т.е.:

$$x_c = F_x^{-1}(p) \quad (3.0.4)$$

Примеры прогнозируемых распределений представлены в Приложении А. Другие примеры содержатся в работах [1], [2] и [3].

3.0.7 Стратегии контроля качества

3.0.7.1 Типы стратегий

Как правило, статистические параметры, описывающие свойства материала, становятся известными при проведении полных испытаний, в которых учитываются стандартные методы производства. По экономическим соображениям более выгодным методом является использование более специфических форм контроля качества выполненной работы или работы определенного завода в целом.

Контроль качества может быть как полным (выполняется проверка всех единиц продукции), так и иметь статистический характер (проверке подвергаются отдельно взятые образцы продукции). Контроль качества ведет к принятию более выгодных с точки зрения экономики, решений, но, в целом, имеет недостаток, который выражается в том, что на момент расчета результат отсутствует. В этих случаях расчетное значение должно быть основано на сочетании предварительно неотфильтрованных данных о процессе производства и ожидаемого влияния правил отбора при проведении контроля качества.

Могут применяться различные методы контроля качества, каждый из которых ведет к получению различных расчетных значений. На рис. 3.0.3 представлена общая схема стратегий контроля качества. Простейшей процедурой является невыполнение никаких дополнительных операций (опция «без проверки»). Это подразумевает, что единицы продукции, целые партии изделий и само производство должны быть описаны, должны быть заданы их характеристики $f(x|q)$ и $f(q)$, и только $f(q)$ следует проверять на наличие изменений в характеристиках производства, происходящих в течение длительного времени.

Если, с другой стороны, проверки проводятся, то можно провести различие между полным контролем (каждой единицы продукции) и выборочным контролем с одной стороны, и между отбором и обновлением с другой. Будут обсуждаться различные варианты.

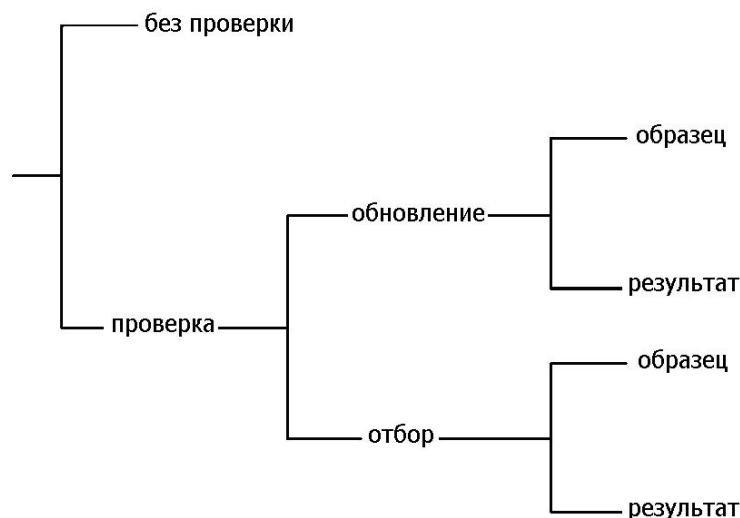


Рис. 3.0.3. Стратегии контроля качества

3.0.7.2 Общая проверка и проверка образцов

В обоих случаях – обновления и отбора – можно подвергнуть проверке все единицы продукции, которые подлежат использованию в строительстве сооружения (полная проверка) или только (случайный) образец (статистическая проверка).

В случае полной проверки контролю подвергается каждая выпущенная единица продукции. Правила приемки изделия предполагают, что единица продукции характеризуется или хорошим качеством (принимается) или ненадлежащим качеством (не принимается). Этот тип контроля также называется поштучной проверкой. Как правило, для проверки всех единиц изделий необходимо использование неразрушающих методов контроля. Поэтому, следует учитывать некоторую погрешность измерения, которая появляется в результате постепенного усечения распределения.

В случае, если контроль является статистическим, проверяется лишь ограниченное количество образцов. Процедура проверки, как правило, включает в себя следующие этапы:

- группирование продукции;
- отбор образцов из каждой партии изделий;
- тестирование образцов;
- статистическая оценка результатов;
- принятие решения относительно принятия партии изделий.

Как правило, берется отобранный в случайном порядке образец. При данном методе отбора каждая из единиц партии изделий имеет одинаковую вероятность быть отобранной. Если имеется информация о некоторой внутренне присущей структуре для данной партии изделий, можно использовать следующий порядок действий, тем самым применяя более эффективный метод отбора, например:

- выборка на слабых участках, когда известны некоторые тенденции;
- выборка через определенные интервалы времени;
- стратифицированная выборка.

Для получения более высоких показателей эффективности и сохранения того же уровня отсева при проведении проверки необходимо отбирать образцы меньшего размера. Однако, в настоящем документе не представлено никаких дальнейших рекомендаций по данному поводу.

3.0.6.3 Обновление и отбор

Проверку можно для следующих целей:

(1) для обновления функции плотности распределения вероятностей $f(x)$ или $f(q)$, характеризующей определенную партию изделий или единицу продукции (обновление);

(2) для определения и отказа от партии изделий или единиц продукции ненадлежащего качества, основываясь на заранее установленных методах проведения выборки и правилах отбора (отборе).

Основная формула для первого случая представлена следующим образом:

$$f''(q) = CL(\text{данные}|q))f'(q) \quad (3.0.5)$$

где:

$f''(q)$ = апостериорное распределение параметра q

$f'(q)$ = априорное распределение параметра q

$L(\text{данные}|q)$ = правдоподобие данных

q = вектор параметров распределения (например, среднее значение и стандартное отклонение)

C = нормализующая константа $= \int L(\text{данные}|q))f'(q)dq$

Для обычного случая в Приложении А представлена более подробная информация.

Первый вариант может быть использован исключительно по завершении изготовления партии рассматриваемых изделий. Эти данные могут быть неизвестны в момент выполнения расчета (например, готовой бетонной смеси). Второй вариант, с другой стороны, предлагает возможность прогнозирования апостериорного распределения $f''(q)$ для выборочной поставленной партии изделий для заданного сочетания $f(x|q)$, $f(q)$ и правила отбора d . В таком случае проверка может привести одному из двух возможных результатов:

- партия изделий (или единица продукции) не принимается: $d \notin A$
- партия изделий (или единица продукции) принимается: $d \in A$

Где d представляет собой функцию результата проверки отдельно взятой единицы продукции или общего результата проверки единиц продукции, составляющих образец, и A – область, обозначающая приемку.

Затем, можно построить апостериорное распределение для произвольной партии изделий:

$$f''(q|d \in A) = CP(d \in A|q)f'(q) \quad (3.0.6)$$

Где $f(q)$ – функция распределения для не попавшей в выборку поставленной партии изделий и доверительная вероятность $P(d \in A|q)$ должны строиться на основе решающего правила.

Обновленное распределение для X может быть получено при помощи формулы (3.0.3), где параметр $f(q)$ заменяется на $f''(q)$.

Более подробная информация о влиянии процедур контроля качества на распределение свойств материала представлено в работе [4].

Приложение А. Метод байесовской оценки для нормального и логарифмически нормального распределения – характеристические значения

Если параметр X распределяется по нормальному закону с параметрами $q_1 = \mu$ и $q_2 = \sigma$, то удобно будет принять априорное распределение для μ и σ согласно следующему распределению:

$$f'(\mu, \sigma) = k \sigma^{-(v' + \gamma(n') + 1)} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \{v' s'^2 + n'(\mu - m')^2\} \right\} \quad (1)$$

k = нормализующая константа

$\delta(n') = 0$ для $n' = 0$

$\delta(n') = 1$ для $n' > 0$

Этот особый выбор позволяет выполнить дальнейшую аналитическую обработку различных операций. Априорное распределение (1) содержит четыре параметра: m' , n' , s' и v' .

При помощи уравнения (3.0.4) можно объединить априорную информацию, характеризуемую распределением (1) и результат тестирования n -ного количества наблюдений с выборочным средним значением m и выборочным стандартным отклонением s . Результат представляет собой апостериорное распределение X , которое вновь представлено распределением (1), но уже с параметрами, заданными следующими корректирующими формулами:

$$n'' = n' + n \quad (2)$$

$$v'' = v' + n + \delta(n') \quad (3)$$

$$m'' n'' = n' m' + n m \quad (4)$$

$$[v'' s''^2 + n'' m''^2] = [v' s'^2 + n' m'^2] + [v s^2 + n m^2] \quad (5)$$

Затем, с использованием уравнения (3.0.3) можно рассчитать значение X , исходя из следующего уравнения:

$$X = m'' + t_{v''} s'' \left(1 + \frac{1}{n''}\right)^{0.5} \quad (6)$$

где: $t_{v''}$ имеет центральное t -распределение.

В случае, если известно стандартное отклонение σ , уравнения (2) и (4) все еще содержат апостериорное среднее значение. Прогнозируемое значение X :

$$X = m'' + u \sigma \left(1 + \frac{1}{n''}\right)^{0.5} \quad (7)$$

где: u имеет стандартное нормальное распределение.

Характеристическое значение, таким образом, определяется так:

$$x_c = \begin{cases} m'' + u(p_x) \sigma \left(1 + \frac{1}{n''}\right)^{0.5} & \text{для известного значения } \sigma \\ m'' + t_{v''}(p_x) s'' \left(1 + \frac{1}{n''}\right)^{0.5} & \text{для неизвестного значения } \sigma \end{cases} \quad (8)$$

Для $n'' \rightarrow \infty$ $x_c = m'' + u(p_x) s''$ в обоих случаях с $s'' = \sigma$.

Если X имеет логарифмически нормальное распределение, то $Y = \ln(X)$ имеет нормальное распределение. Тогда можно использовать приведенные выше формулы для Y и $X = \exp(Y)$ – для результатов по X .

Приложение В: Метод оценки регрессии по Байесу – характеристическое значение

В том случае, если для интересующей нас величины возможны не прямые измерения, а также подходящей является модель регрессии $y = a_0 + a_1 x$, то прогностическое значение y будет также иметь распределение типа t , представленное ниже:

$$y = a_0 + a_1 x + t_v s \left(1 + \frac{1}{n} + \frac{(\bar{x} - x_0)^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}\right)^{1/2}$$

где

$$a_0 = \bar{y} - a_1 \bar{x}$$

$$a_1 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

$$s^2 = \frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n y_i^2 - a_0^2 - a_1^2 \bar{x}^2$$

$$v = n - 2$$

Характеристическое значение, соответствующее квантилю p , таково:

$$y_c = a_0 + a_1 \bar{x} + T^{-1}(p, v) s \left(1 - \frac{1}{n} + \frac{(\bar{x} - x_0)^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \right)^{1/2}$$

Например, для кривых S-N верно следующее $y = \ln(N)$, $x = \ln(\Delta\sigma)$, $a_1 = -m$ и $a_0 = \ln a$. Характеристическое значение N для данного $\ln(\Delta\sigma_E) = x_0$ равно $N_c = \exp[y_c]$.

Список литературы

- [1] Aitchison, J., Dunsmore, I.R., Statistical Prediction Analysis, Cambridge University Press, Cambridge, 1975
- [2] Raiffa, H., Schlaifer, R., Applied Statistical Decision Theory, MIT Press, Cambridge, 1968
- [3] Englund, S., Rackwitz, R., On Predictive Distribution Functions for the Three Asymptotic Extreme Value Distributions, Structural Safety, Vol. 11, 1992, pp. 255-258
- [4] Kersken-Bradley, M., Rackwitz, R., Stochastic Modeling of Material Properties and Quality Control, JCSS Working Document, IABSE-publication, March 1991

3.1 СВОЙСТВА БЕТОНА

Список обозначений:

f_{co} = базовая прочность бетона при сжатии

M_j = среднее логарифмическое при работе прочности j

\sum_j = логарифмическое стандартное отклонение прочности при работе j

$Y_{1,j}$ = логарифмически нормальная переменная, представляющая дополнительные изменения вследствие особого расположения, условий выдерживания и твердения бетона при работе j

U_{ij} = стандартная переменная, распределенная по нормальному закону

λ = логарифмически нормальная переменная со средним значением 0,96 и коэффициентом изменчивости 0,005; как правило, достаточно принимать λ детерминировано.

$\alpha(t, \tau)$ = детерминированная функция, учитывающая возраст бетона во время нагрузки t и при длительности нагрузки τ

$\varphi(t, \tau)$ = коэффициент ползучести

β_d = общая нагрузка, зависящая от типа конструкции

E_c = модуль упругости

f_c = фактическая прочность на месте строительства

ε_e = деформация при прогибании

ε_u = предельная деформация

3.1.1 Общие свойства

Референтное свойство бетона – это прочность при сжатии f_{co} стандартного тестируемого образца (цилиндр высотой 300 мм и диаметром 150 мм), испытываемого согласно стандартным условиям при стандартном возрасте 28 дней (см. ISO/DIS 2736 и ISO 3893). Другие свойства бетона относятся к референтной прочности бетона согласно:

$$f_c = \alpha(t, \tau) f_{co}^\lambda \text{ [МПа]} \quad (1)$$

$$\text{Прочность на растяжение: } f_{cl} = 0,3 f_c^{2/3} \text{ [МПа]} \quad (2)$$

$$\text{Модуль упругости: } E_c = 10,5 f_c^{1/3} \left(\frac{1}{1 + \beta_d \varphi(t, \tau)} \right) \text{ [ГПа]} \quad (3)$$

$$\text{Предельная деформация при сжатии: } \varepsilon_v = 6,10^{-3} f_c^{-1/6} (1 + \beta_d \varphi(t, \tau)) \text{ [м/м]} \quad (4)$$

λ - коэффициент, учитывающий систематические изменения фактической прочности при сжатии и прочности при стандартных испытаниях (см. 3.1.3)

$\alpha(t, \tau)$ - детерминированная функция, учитывающая возраст бетона во время нагрузки t и при длительности нагрузки τ . Функция представлена следующим:

$$\alpha(t, \tau) = \alpha_1(\tau) \alpha_2(t) \quad (5a)$$

$$\alpha_1(\tau) = \alpha_3(\infty) + [1 - \alpha_3(\infty)] \exp[-a, \tau]$$

при $\alpha_3(\infty) \approx 0,8$, и $\alpha_\tau = 0,04$.

$$\alpha_2(t) = a + b \ln(t) \quad (5b)$$

В большинстве случаев может применяться $\alpha_1(\tau) = 0,8$. Коэффициенты a и b в $\alpha_2 = t$ зависят от типа бетона и климатических условий окружающей среды: при нормальных условиях $a=0,6$, $b=0,12$.

$\varphi(t, \tau)$ - коэффициент ползучести, согласно некоторому современному своду правил, который принимается как детерминированный.

β_d - это отношение постоянной нагрузки к величине общей нагрузки, которое зависит от типа конструкции; обычно β_d находится между 0,6 и 0,8.

3.1.2 Зависимость деформации от напряжения

Для бетона при сжатии действует следующее упрощенное отношение напряжение-деформация.

$$\sigma = E_c \varepsilon \text{ при } \varepsilon < \varepsilon_c \quad (6)$$

$$\sigma = f_c \text{ при } \varepsilon_e < \varepsilon < \varepsilon_u \quad (7)$$

$$\sigma = f_c E_c \quad (8)$$

При расчетах, где важна форма зависимости деформации от напряжения, следует применять следующее отношение:

$$\sigma = f_c \left[1 - \left[1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_s} \right]^k \right] \quad (9)$$

$$\varepsilon_s = 0,0011 f_c^{1/6} \quad (10)$$

$$k = \frac{E_c \varepsilon_s}{f_c} \quad (11)$$

Данное соотношение также верно при $0 < \varepsilon < \varepsilon_s$.

3.1.3 Вероятностная модель

Прочность бетона в определенной точке i в заданной конструкции j как функция стандартной прочности f_{c0} дана как:

$$f_{c,ij} = \alpha(t, \tau) (f_{co,ij})^\lambda y_{1,j} \quad (12)$$

$$f_{co,ij} = \exp((U_{ij} \sum_j + M_j)) \quad (13)$$

где

$f_{c0,ij}$ = логарифмически нормальная переменная, независящая от $Y_{1,j}$ с параметрами распределения M_j и \sum_j

M_j = среднее логарифмическое при работе j

\sum_j = стандартное логарифмическое отклонение при работе j

$Y_{1,j}$ = логарифмически нормальная переменная, представляющая дополнительные изменения вследствие особого расположения, условия выдерживания и твердения бетона при работе j

U_{ij} = стандартная переменная, распределенная по нормальному закону, представляющая изменчивость в рамках одной конструкции.

λ = логарифмически нормальная переменная со средним значением 0,96 и коэффициентом изменчивости 0,005; как правило, достаточно принимать λ детерминировано.

Переменная $Y_{1,j}$ также может приниматься как пространственно изменчивое случайное поле, чья функция среднего значения учитывает систематические эффекты в пространстве.

Соответственно, для трех остальных основных свойств:

$$f_{ct,ij} = 0,3 f_{c,ij}^{2/3} Y_{2,j} \quad (14)$$

$$E_{c,ij} = 10.5 f_{c,ij}^{1/3} Y_{3,j} (1 + \beta_d \varphi(t, \tau))^{-1} \quad (15)$$

$$\varepsilon_{u,ij} = 610^{-3} f_{c,ij}^{-1/6} Y_{4,j} (1 + \beta_d \varphi(t, \tau)) \quad (16)$$

где переменные от $Y_{2,j}$ до $Y_{4,j}$ в основном отражают изменения, вызванные факторами, которые учитываются прочностью бетона при сжатии в меньшей степени (напр. тип и размер гравия, химический состав цемента и других ингредиентов, климатические условия).

Переменные U_{ij} и U_{kj} внутри одного члена уравнения взаимосвязаны посредством:

$$\rho(U_{ij}, U_{kj}) = \rho + (1 - \rho) \exp \left\{ - \frac{(r_{ij} - r_{kj})^2}{d_c^2} \right\} \quad (17)$$

где $d_c = 5$ м, а $\rho = 0,5$. При различных работах U_{ij} и U_{kj} не взаимосвязаны.

3.1.4 Распределения Y_{kj}

До тех пор, пока будет отсутствовать возможность прямого измерения, параметры переменных Y_{kj} могут быть взяты из таблицы 3.1.1. Переменные распределены логарифмически нормально. Изменчивость переменных Y_{kj} может быть далее разбита на части: первая - в зависимости от рассматриваемого вида работ вторая - в зависимости от пространственной изменчивости.

В том случае, если есть возможность прямых измерений, параметры в таблице 3.1.1 представлены как параметры эквивалентного образца с размером $n = 10$ (дополнительная информация - см. Часть 1).

Переменная	Тип распределения	Среднее значение	Коэффициент изменчивости	Относится к
$Y_{1,j}$	LN	1.0	0.06	Сжатию
$Y_{2,j}$	LN	1.0	0.30	Натяжению/напряжению
$Y_{3,j}$	LN	1.0	0.15	Модулю Е
$Y_{4,j}$	LN	1.0	0.15	Предельной деформации

Таблица 3.1.1: Данные параметров Y_i

3.1.5 Распределение для f_{co}

Распределение $x_{ij} = \ln(f_{co,ij})$ является нормальным, при условии, что его параметры M и Σ получены из идеальной бесконечной выборки. В целом необходимо учитывать, что производство бетона зависит от производителя, места производства, периода строительства, и т.д. и что объем выборки ограничен. Следовательно, параметры M и Σ должны также рассматриваться как случайные переменные. Далее x_{ij} имеет распределение Стьюдента в соответствии со следующей формулой:

$$F_x(x) = F_{t_{\nu}} \left[\frac{\ln(x/m'')}{s''} \left(1 + \frac{1}{n''} \right)^{-0.5} \right]$$

где $F_{t_{v''}}$ – это распределение Стюдента для степеней свободы v'' . $f_{co,ij}$ может быть представлен следующим образом:

$$f_{co,ij} = \exp(m'' + t_{v''} s'' (1 + \frac{1}{n''})^{0.5})$$

Значения m'' , n'' , s'' и v'' зависят от количества специальной информации. В таблице 3.1.2 приведены значения для случаев, когда специальная информация недоступна (априорная информация).

Таблица 3.1.2: Предварительные параметры для распределения прочности бетона (f_{co} в МПа) [1, 2]

Тип бетона	Класс прочности бетона	Параметры			
		m'	n'	s'	v'
Готовая бетонная смесь	C15	3,40	3,0	0,14	10
	C25	3,65	3,0	0,12	10
	C35	3,85	3,0	0,09	10
	C45	3,98	3,0	0,07	10
	C55	-	-	-	-
Сборные элементы	C15	-	-	-	-
	C25	3,80	3,0	0,09	10
	C35	3,95	3,0	0,08	10
	C45	4,08	4,0	0,07	10
	C55	4,15	4,0	0,05	10

Предварительные параметры могут зависеть от географической местности и технологии производства бетона.

Если $n'' v'' > 10$, то достаточно хорошим приближением распределения прочности бетона является логарифмически нормальное распределение со средним значением m'' и стандартным отклонением s''

$$\sqrt{\frac{n''}{n''-1} \frac{v''}{v''-2}}$$

Список литературы

- [1] Kersken-Bradley, M., Rackwitz, R., Stochastic Modeling of Material Properties and Quality Control, JCSS Working Document, IABSE-publication, March 1991
- [2] Rackwitz, R., Predictive Distribution of Strength under Control, Materials & Structures, 16, 94, 1983, pp. 259 – 267

3.2 СТАТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА КОНСТРУКЦИОННОЙ СТАЛИ (ПРОКАТНЫЕ ПРОФИЛИ)

Рассматриваемые свойства

В данном разделе рассмотрены следующие свойства конструкционной стали:

f_y = нижний предел текучести [МПа]

f_u = предел прочности на разрыв [МПа]

E = модуль упругости [МПа]

ν = коэффициент Пуассона

ε_u = предельная деформация

Для случайного вектора $X = (f_y, f_u, E, \nu, \varepsilon_u)$ предлагается вероятностная модель, применимая к любой марке стали, которая может быть определена исходя из номинальных значений, установленных стандартными заводскими испытаниями (например, в соответствии с методами стандарта EN 10025 для выборки и отбора образцов для испытания и требований стандарта EN 10002-1 к проведению испытаний) или исходя из минимальных (далее: установленных нормами) значений, приведенных в документах по техническим требованиям к материалам (например, в стандарте EN 10025: 1990).

Рассматриваются только определенные точки или отрезки целой кривой зависимости деформаций от напряжения, таким образом, предлагаемая модель может использоваться в случаях, когда данный тип информации сопоставим с параметрами механической модели, используемой при анализе прочности.

В случаях, когда механическое упрочнение (и, в частности, увеличение площадки текучести и первоначального упрочнения) играет важную роль (например, при неупругом местном изгибе) может быть оправдано использование более детальной модели, описывающей поведение целой кривой напряжения-деформации. В литературе существует ряд детерминированных моделей, которые могут послужить для разработки вероятностной модели. Параметры модели, выбранные для описания целой кривой напряжения-деформации, должны быть выбраны таким образом, чтобы не опровергать представленные ниже статистические данные для ключевых точек кривой напряжения-деформации.

В отдельных случаях, когда наблюдается отсутствие появления предела текучести на кривой напряжения-деформации, могут использоваться значения, приведенные для нижнего предела текучести вместо 0,2% от

условного предела текучести. Однако необходимо подчеркнуть, что большая часть изученных данных относится к видам стали, демонстрирующим появление предела текучести, следовательно, данное предложение приводится условно.

Вероятностные модели и область применимости

Средние значения и коэффициенты вариации для вышеприведенного вектора даны в таблице А. Корреляционная матрица приведена в таблице В. Рекомендуется использовать множественное логарифмически нормальное распределение. Приведенные значения действительны для статической нагрузки.

Значения в таблице А могут использоваться для марок стали, приведенных в стандарте EN 10025: 1990, для которых существует установленный нормами нижний предел текучести, не превышающий 380 МПа. Одни исследования предлагают, что постоянным остается стандартное отклонение нижнего предела текучести, а не его коэффициент вариации (CoV), в то время как другие исследования указывают на обратное.

Практика создания задач с однородной выборкой и, следовательно, с устойчивостью предполагаемых статистических свойств включает понижение класса материала, т.е. перевод более высокой марки стали в более низкую категорию, в случае если она не отвечает требованиям, установленным нормами для более высокой марки на основании испытаний контроля качества. Данная практика создает бимодальные распределения и четко видна в некоторых гистограммах, документированных в исследованиях, приведенных в списке литературы. В таких случаях следует ожидать более высокие средние значения, чем представлены в таблице А, а также существенно более высокие значения коэффициента вариации (CoV).

Значения, приведенные в таблицах А и В, не должны использоваться без проверки для сверхвысокопрочных видов стали (например, с установленными нормами пределом текучести $f_y = 690$ МПа). В любом случае, марки сверхвысокопрочной углеродистой стали (и нержавеющей стали) характеризуются нелинейной одноосной реакцией напряжения и деформации, которая моделируется, как правило, с помощью формулировки Рамберга-Осгуда. Практическим способом не было найдено статистических данных для трех параметров, описывающих закон Рамберга-Осгуда (начальный модуль, 0.2% условного предела текучести и индекс нелинейности).

Значения коэффициента вариации (CoV) относятся к производству стали в целом и основываются, главным образом, на европейских исследованиях начиная с 1970 года. В США и Канаде используются более высокие значения коэффициента вариации (CoV) (в среднем, приблизительно на 50% выше). Основные справочные документы, на которых основаны данные показатели, приведены ниже.

Показатели предельной деформации, ε_u , очень чувствительны к испытательному оборудованию и скорости нагружения до точки обрушения. В определенных случаях были документированы как значительно более высокие, так и значительно более низкие значения коэффициента вариации (CoV).

В пределах группы значения коэффициента вариации (CoV) могут быть приняты за одну четвертую от значений, приведенных в таблице А, при этом вариативностью значений в пределах группы для модуля упругости, E , и коэффициентом Пуассона, ν , можно пренебречь.

В случае если доступны прямые измерения, числа в таблице А должны использоваться в качестве априорной статистики со сравнительно большим эквивалентным размером выборки (например, $n' \approx 50$).

Для случаев, включающих сейсмические нагрузки, часто искомой является случайная переменная «отношение предела текучести к пределу прочности», обозначаемая как r и определяемая как соотношение предела текучести к пределу прочности. Статистические свойства данного соотношения могут быть заимствованы из свойств, приведенных в таблицах А и В для двух основных случайных переменных. В случае положительной корреляции между f_y и f_u , следует, что r и f_y также имеют положительную корреляцию. Также может быть показано, что значения коэффициента вариации (CoV) для r лежит между значениями коэффициента вариации (CoV) f_y и f_u .

Таблица А: Средние значения и значения коэффициента вариации (CoV)

Свойство	Среднее значение, E[.]	COV, v
f_y	$f_{ysp} \cdot \alpha \cdot \exp(-u \cdot v) - C$	0.07
f_u	$B \cdot E[f_u]$	0.04
E	E_{sp}	0.03
ν	ν_{sp}	0.03
ε_u	ε_{usp}	0.06

Таблица В: Корреляционная матрица

	f_y	f_u	E	ν	ε_u
f_y	1	0.75	0	0	- 0.45
f_u		1	0	0	- 0.60
E			1	0	0
ν				1	0
ε_u					1

Определения и примечания

- суффикс ($_{sp}$) используется для установленного нормами или номинального значения для рассматриваемой переменной

- α – коэффициент положения в пространстве (для стенок профилей горячего проката $\alpha = 1.05$, в других случаях $\alpha = 1$)
- u – коэффициент, связанный с квантилем распределения, используемый при характеристике расстояния между установленными нормами или номинальным значением и средним значением; u , как правило, находится в диапазоне от -1,5 до -2,0 для стали, производимой согласно соответствующим стандартам EN; если для f_{ysp} используются номинальные значения, то значение u должно быть выбрано соответствующим образом.
- C – постоянная, снижающая предельную текучесть, получаемую при стандартных заводских испытаниях, до статической предельной текучести; рекомендуется использовать значение 20 МПа, однако необходимо уделять внимание скорости нагружения, используемой при испытаниях на растяжение.
- $B = 1.5$ для конструкционной углеродистой стали
 $= 1.4$ для низколегированной стали
 $= 1.1$ для закаленной и отпущенной стали

Список литературы

- [1] Baker M J, 'Variability in the Strength of Structural Steels - A Study in Material Variability; Part 1: Material Variability', CIRIA Technical Note 44, 1972.
- [2] Edlund L, 'Coefficients of Variation for the Yield Strength of Steel', 2nd Colloquium on Stability of Steel Structures, Final Report, Liege, 1977.
- [3] Galambos T V and Ravindra M K, 'Properties of Steel for Use in LRFD', J. Str. Div., ASCE, Vol. 104, ST9, 1978.
- [4] Kennedy D J L and Baker K A, 'Resistance Factors for Steel Highway Bridges', Can. J. Civ. Eng., Vol. 11, 1984, 324-34.
- [5] Yamanouchi H, Kato B and Aoki H, 'Statistical Features of Mechanical Properties of Current Japanese Steels', Document for ECCS TC13: Seismic Design, 1990.
- [6] Manzocchi G M E, Chryssanthopoulos M K and Elnashai A S, 'Statistical Analysis of Steel Tensile Test Data and Implications on Seismic Design Criteria', ESEE Report 92-7, Imperial College, 1992.
- [7] Agostoni N, Ballio G and Poggi C, 'Statistical Analysis of the Mechanical Properties of Structural Steel', Costruzioni Metalliche, No.2, 1994, pp. 31-39.

3.3 СТАТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА АРМАТУРНОЙ СТАЛИ

Список обозначений:

f_y = исходный предел текучести

σ = стандартное отклонение

3.3.1 Основная модель

Арматурная сталь, как правило, подразделяется на классы и изготавливается согласно требованиям марки, например, марки стали S300, S400 и S500, где число означает определенный (минимальный) уровень предела текучести. Основным механическим свойством является статический предел текучести f_y , определяемый при деформации 0,2%. Кривая зависимости деформаций от напряжения для горячекатаной стали может быть приближенно выражена билинейным соотношением до значений деформации от 1% до 2%. Модуль упругости (начальный) может быть принят как постоянная величина $E_s = 205$ [GPa]. Зависимость между напряжениями и деформацией для холоднообработанной стали может также быть описана по билинейному закону, но более реалистично – при помощи непрерывной кривой, для которой существует несколько подходящих аналитических форм.

3.3.2 Вероятностная модель

Предел текучести, обозначенный как X_1 , может быть интерпретирован как сумма трех независимых гауссовских переменных:

$$X_1(d) = X_{11} + X_{12} + X_{13} \text{ [МПа]} \quad (1)$$

где: $X_{11} \sim N(\mu_{11}(d), \sigma_{11})$ – обозначает диапазон варьирования глобального среднего значения во множестве прокатных цехов, $X_{12} \sim N(0, \sigma_{12})$ – варьирование в пределах одного прокатного цеха между значением, характерным для партии (плавки) продукции и значением в закалочной ванне, и $X_{13} \sim N(0, \sigma_{13})$ – обозначает диапазон варьирования в пределах одной плавки. d обозначает диаметр обрабатываемого арматурного стержня в мм. Для производства стали высокого качества были установлены следующие значения: $\sigma_{11} = 19$ [МПа], $\sigma_{12} = 22$ [МПа], $\sigma_{13} = 8$ [МПа], которые приводят к общему стандартному отклонению σ_1 приблизительно 30 [МПа]. Среднее значение $\mu_{11} = \mu_1$ находится в контролируемых условиях $S_{xxx} + 2\sigma_1$. Изменением предела текучести по длине арматурного стержня можно пренебречь. Значение $\mu_1(d)$ определяется как общее среднее значение, характерное для полного объема изготовленной продукции, т.е. арматурного стержня определенного диаметра.

$$\mu_1(d) = \mu_1(0,87 + 0,13 \exp[-0,08d])^{-1} \text{ [МПа]} \quad (2)$$

Статистические характеристики некоторых других значимых свойств представлены в следующей ниже таблице:

Значение	Среднее значение	σ	Ковариация	Pij			
				1,00	0,50	0,35	0
Площадь арматурного стержня [мм ²]	Номинальная площадь	-	0,02	1,00	0,50	0,35	0
Предел текучести [МПа]	$S_{nom} + 2\sigma_{sc}$	30	-		1,00	0,85	-0.50
Предел прочности [МПа]	-	40	-	симметричный		1,00	-0,55
δ_{10} [%]	-	-	0,09				1,00

Для характеристики этих величин может использоваться нормальное распределение.

3.3.3 Влияние ранее проведенных исследований и статистического контроля качества

Испытания партии предполагаемой к использованию армированной стали могут существенно сократить диапазон варьирования свойств стали, если известно, что продукция была изготовлена в определенном прокатном цехе и если она представляет собой одну и ту же партию изделий.

Для этого требуется проведение лишь небольшого количества испытаний. Приемочный контроль определенной партии изделий может быть эффективным средством для исключения партий низкого качества.

3.3.4 Предел текучести связи арматурных стержней

Напряжения, превышающие предел текучести связок арматурных стержней, при статическом нагружении представляют собой совокупность напряжений, превышающих предел текучести каждого из входящих в связку стержней (модель полной пластичности). В общем случае можно предположить, что вся используемая для работы арматурная сталь была изготовлена в одном и том же (но неизвестном) прокатном цехе. Коэффициент корреляции между напряжениями, превышающими предел текучести отдельных стержней одного и того же диаметра, может тогда быть принят равным 0,9. Коэффициент корреляции между напряжениями, превышающими предел текучести отдельных стержней различного диаметра, и между напряжениями, превышающими предел текучести в поперечных сечениях различных балок конструкции, может быть принят равным 0,4. По длине конструктивных элементов коэффициент корреляции может быть принят равным единице на отрезке, равном приблизительно 10 м (что является репрезентативным значением на всей длине стержня) и за пределами отрезка такой длины отсутствует.

3.4 СТАТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА НАПРЯГАЕМОЙ АРМАТУРЫ (ПРЕДНАПРЯЖЕННОГО БЕТОНА)

Список обозначений:

E_p = модуль упругости

E_p' = касательная к кривой зависимости деформаций от напряжения при условном пределе текучести σ_p

f_p = прочность на растяжение

$f_{p0.1}$ = условный предел текучести 0,1%

$f_{p0.2}$ = условный предел текучести 0,2%

f_{pp} = предел пропорциональности

f_{py} = предел текучести

m = параметр второго участка модифицированной кривой Рамберга-Осгуда

n = параметр кривой Рамберга-Осгуда

n' = параметр первого участка модифицированной кривой Рамберга-Осгуда

p = пластическая деформация при условном пределе текучести σ_p

P = усилие предварительного напряжения

P_0 = усилие предварительного обжатия

ΔP = потери предварительного напряжения

t = время

x = расстояние до конца, захватываемого домкратом

ε = деформация

ε_p = полная деформация при условном пределе текучести σ_p

ε_u = деформация, соответствующая пределу прочности на растяжение

σ = напряжение

σ_p = условный предел текучести

3.4.1 Виды напрягаемой арматуры

В качестве напрягаемых арматурных элементов в бетонных сооружениях используются три вида стали:

- Проволочная холоднотянутая арматура;
- Арматурные пряди – состоят из холоднотянутой проволоки, крученой спиралью, наиболее часто используются 3-х и 7-ми проволочные пряди;
- Высокопрочные арматурные стержни.

Более подробное описание и требования к качеству изделий из стали, используемых при изготовлении напрягаемых арматурных элементов в различных странах, представлены в соответствующих стандартах (например, стандарте EN 10138 [1]).

3.4.2 Зависимость между напряжением и деформацией

На рис. 3.4.1 представлена типичная диаграмма зависимости деформаций от напряжения для напрягаемой арматуры при одноосном растяжении.

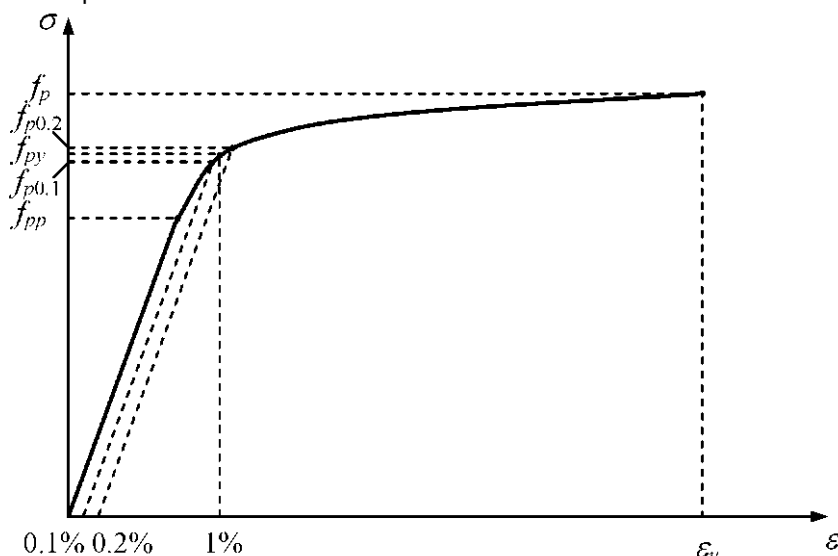


Рис. 3.4.1. Типичная диаграмма зависимости деформаций от напряжения для напрягаемой арматуры

Как показано на диаграмме, напрягаемая арматура не имеет четко определенной точки текучести; таким образом, предел текучести определяется, исходя из критерия деформации. В зависимости от используемого стандарта предел текучести f_{py} может определяться как напряжение при 0,1% изгибе $f_{p0.1}$ (который можно также назвать 0,1% условного предела текучести [1]), как и напряжение при 0,2% изгибе $f_{p0.2}$, (или 0,2% условного предела текучести [2]), или согласно стандартам ASTM («Американского общества по испытанию материалов») [3] предел текучести может определяться как напряжение, соответствующее полной деформации, равной 1% для проволоки и арматурных прядей и 0,75 для напрягаемых арматурных стержней.

Другими значимыми параметрами диаграммы зависимости деформаций от напряжения являются:

- модуль упругости E_p ;
- предел пропорциональности f_{pp} , который, как правило, определяется как напряжение при 0,01% (или 0,02%) изгибе;
- прочность на растяжение f_p , и
- удлинение при максимальной нагрузке ε_u .

Далее рассматриваются лишь вероятностные модели этих параметров диаграммы зависимости деформаций от напряжения.

Для расчетов, в которых необходимо аналитическое описание диаграммы зависимости деформаций от напряжения, может использоваться кривая Рамберга-Осгуда [4], в которой учитываются три параметра – начальный модуль упругости E_p , условный предел текучести σ_p , и параметр n , определяющий крутизну этой диаграммы.

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_p} + p \left(\frac{\sigma}{\sigma_p} \right)^n \quad (3.4.1)$$

где p – пластическая деформация при условном пределе текучести σ_p . Условный предел текучести, как правило, устанавливается равным 0,1% (т.е. $\sigma_p = f_{p0,1}$) или 0,2% (т.е. $\sigma_p = f_{p0,2}$) условного предела текучести и значения p равны 0,001 and 0,002 соответственно. Вероятностные модели E_p , $f_{p0,1}$ и $f_{p0,2}$ представлены ниже, в то время как параметр n может быть определен если кривая Рамберга-Осгуда проходит через критическую точку (ε_u, f_p).

$$n = \frac{\ln[(\varepsilon_u - f_p / E_p) / p]}{\ln(f_p / \sigma_p)} \quad (3.4.2)$$

Однако, когда значение величины n определяется при помощи уравнения (3.4.2), кривая Рамберга-Осгуда может заметно отклоняться от полученных диаграмм зависимости напряжений от деформации, особенно для напряжений в диапазоне между f_{pp} и σ_p . Более точное приближение можно получить при помощи модифицированной кривой Рамберга-Осгуда, состоящей из двух участков [5].

$$\varepsilon = \begin{cases} \frac{\sigma}{E_p} + p \left(\frac{\sigma}{\sigma_p} \right)^{n'} & \text{для } \sigma \geq \sigma_p \\ \frac{\sigma - \sigma_p}{E_p'} + \varepsilon_u \left(\frac{\sigma - \sigma_p}{f_p - \sigma_p} \right)^m + \varepsilon_p & \text{для } \sigma < \sigma_p \end{cases} \quad (3.4.3)$$

где ε_p и E_p' – это деформация и касательная к кривой зависимости деформации от напряжения при условном пределе текучести σ_p , а m – параметр, определяющий форму кривой зависимости деформаций от напряжения в диапазоне $\sigma_p \leq \sigma \leq f_p$. Параметр n' из первого участка кривой определяется, исходя из условных пределов текучести 0,01% (f_{pp}) и σ_p , на основе чего строится следующая формула:

$$n' = \frac{\ln(p / 0,0001)}{\ln(\sigma_p / f_{pp})} \quad (3.4.4)$$

Параметры второго участка оцениваются следующим образом:

$$\varepsilon_p = \frac{\sigma_p}{E_p} + p \quad (3.4.5)$$

$$E_p' = \frac{E_p}{1 + pn' E_p / \sigma_p} \quad (3.4.6)$$

$$m = 1 + 3,5 \frac{\sigma_p}{f_p} \quad (3.4.7)$$

3.4.3 Вероятностная модель

Варьирование механических свойств напрягаемой арматуры описывается следующими независимыми случайными переменными: f_p , E_p и ε_u . Статистические параметры этих случайных переменных представлены в таблице 3.4.1, в которой параметр f_{pk} является характеристическим (номинальным) значением прочности на растяжение для напрягаемой арматуры, которое, как правило, определяет марку стали.

Таблица 3.4.1. Статистические параметры механических свойств напрягаемой арматуры

Переменная	Среднее значение	Стандартное отклонение	Коэффициент вариации	Тип распределения	Ссылка
f_p	1,04 f_{pk} или $f_{pk} + 66$ [МПа]	- 40 МПа	0,025 -	Нормальное	[6] [7]
E_p	200 ГПа – для про- волоки 195 ГПа – для арма- турных прядей 200 ГПа – для стержней арматуры	-	0,02	Нормальное	[6]
ε_u	0,05	0,0035	-	Нормальное	[6]

Согласно имеющимся экспериментальным данным [6], существует жесткая корреляция между прочностью на растяжение f_p и другими напряжениями, при помощи которых описывается диаграмма зависимости деформации от напряжений (т.е. f_{pp} , f_{py} , и т.д.). Таким образом, эти напряжения могут описываться параметром f_p . Информацию о соотношении этих напряжений и параметра f_p можно получить у производителя стали, или, за неимением таковой, можно воспользоваться данными, представленными в таблице 3.4.2 (см. [8-9]).

Таблица 3.4.2. Соотношение между прочностью на растяжение и другими напряжениями, характерными для напрягаемой арматуры

Вид стали	f_{pp}	$f_{p0.1}$	$f_{p0.2}$	f_{py} (при полной деформации, равной 1%)
Арматурная проволока	$0,70 f_p$	$0,86 f_p$	$0,90 f_p$	$0,85 f_p$
Арматурная прядь	$0,65 f_p$	$0,85 f_p$	$0,90 f_p$	$0,85 f_p$
Стержень арматуры				$0,85 f_p$

3.4.4 Арматурные пучки

Пучок состоит из арматурных элементов (арматурной проволоки или прядей) уложенных параллельно друг к другу. Хотя напрягаемая арматура не проявляет четко выраженной текучести, сравнительно плоский и длинный участок упрочнения на диаграмме зависимости деформаций от напряжения позволяет предположить, что значение прочности на растяжение пучка арматуры равно сумме прочности отдельных арматурных прядей, формирующих пучок (т.е. применима модель полной пластичности). При отсутствии данных о корреляции между значениями прочности на растяжение отдельных арматурных прядей, составляющих пучок, и прядей, не принадлежащих одному и тому же пучку и т.д., можно предположить, что корреляция между значениями прочности на растяжение отдельных арматурных прядей является полной.

3.4.5 Усилие предварительного напряжения

Эффект предварительного напряжения, которому подвергается конструктивный бетон, зачастую рассматривается как усилие предварительного напряжения, прилагаемое к данному материалу. Усилие предварительного напряжения $P(x,t)$ на расстоянии x от свободного конца (т.е. до конца, захватываемого домкратом) во время t может быть описано следующим образом:

$$P(x, t_0) = P_0 - \Delta P(x, t) \quad (3.4.8)$$

где P_0 – усилие предварительного обжатия и $\Delta P(x, t)$ – потери предварительного напряжения. Величина этих потерь зависит от ряда факторов, таких как тип предварительного напряжения (т.е. внутреннее или внешнее, методом натяжения арматуры на упоры или методом натяжения арматуры на бетон, предварительное напряжение со сцеплением или без сцепления арматуры с бетоном), свойства напрягаемой арматуры или преднапряженного бетона, условия окружающей среды и т.д. Из-за многообразия данных факторов и взаимосвязи между некоторыми из них точно определить параметр $\Delta P(x, t)$ аналитическим путем не представляется возможным, и различные нормы проектирования предлагают множество эмпирических моделей для оценки потерь.

На практике, как правило, необходимо рассматривать значения усилия предварительного напряжения в два момента времени:

- Усилие предварительного напряжения, приложенного к бетону в момент времени $t = t_0$, сразу после завершения натяжения:

$$P(x, t_0) = P_0 - \Delta P(x, t_0) \quad (3.4.9)$$

где $\Delta P(x, t)$ – мгновенная потеря предварительного напряжения, которая (в зависимости от используемого типа предварительного напряжения) включает в себя потери вследствие деформации при обжатии бетона, трения, кратковременной релаксации напряжения в арматуре, и проскальзывания напрягаемой арматуры в анкер.

- Усилие эффективного (или длительного) предварительного напряжения, приложенного к бетону к моменту времени $t = \infty$, т.е. после того, как потери стабилизировались:

$$P(x, \infty) = P_0 - \Delta P(x, t_0) - \Delta P(x, \infty) \quad (3.4.10)$$

где $\Delta P(x, t)$ – зависящая от времени (или замедленная) потеря, которая включает в себя потери вследствие ползучести и усадки бетона и долгосрочную релаксацию напряжения в напрягаемой арматуре.

Как правило, домкраты, используемые для предварительного напряжения, подвергаются регулярной калибровке, что обеспечивает надлежащую степень контроля усилия предварительного обжатия P_0 . Вариации величины P_0 можно оценить, используя данные, предоставленные производителем оборудования, и данные, полученные в ходе калибровки приборов. Неопределенность, связанная с оценкой усилия предварительного напряжения, зависит от неопределенности моделей, используемых для оценки потери предварительного напряжения и вариации параметров, используемых в этих моделях. В настоящее время, не существует достаточного объема статистических данных для количественной оценки неопределенностей моделей, рассматри-

вающих потери предварительного напряжения, и параметров, использующихся в этих моделях (см., например, [10]).

Для типичных случаев средние значения потери предварительного напряжения могут оцениваться в соответствии с моделями, представленными в проектных нормах и, если не имеется более специфических данных, могут использоваться коэффициенты вариации из таблицы 3.4.3 (Примечание: эти коэффициенты вариации вычислены на основе данных об арматурных элементах, подвергшихся внутреннему предварительному напряжению методом со сцеплением с бетоном). Потери предварительного напряжения можно рассматривать как случайные переменные, распределенные по нормальному закону. Для типичных значений величины потерь предварительного напряжения были установлены соответствующие коэффициенты вариации усилий предварительного напряжения, которые представлены в таблице 3.4.3 (Примечание: эти значения согласуются с представленными в работе [11] значениями).

Таблица 3.4.3. Коэффициенты вариации потерь предварительного напряжения и усилий предварительного напряжения

Параметр	Коэффициенты вариации	
	Мгновенная потеря напряжения, $t=t_0$	Длительное напряжение, $t = \infty$
Потери предварительного напряжения, $\Delta P(x,t)$	0,3	0,3
Усилие предварительного напряжения, $P(x,t)$	0,04-0,06	0,06-0,09

Потери предварительного напряжения арматурного пучка рассматриваются как для целого пучка арматурных элементов, т.е. имеет место полная корреляция между потерями предварительного напряжения в различных арматурных прядях пучка. Можно также предположить, что между значениями потерь предварительного напряжения в прядях одного и того же пучка на разном расстоянии от свободного конца имеет место полная корреляция, т.е. $\Delta P(x_1, t)$ и $\Delta P(x_2, t)$ полностью коррелированы [10].

3.4.6 Список литературы

- [1] EN 10138. Prestressing steels. CEN, Brussels.
- [2] AS 1310. Steel wire for tendons in prestressed concrete. Standards Australia.
- [3] ASTM A 421. Uncoated stress-relieved steel wire for prestressed concrete.
ASTM A 722. Uncoated high-strength steel bar for prestressing concrete. American Society for Testing and Materials, Philadelphia.
- [4] Ramberg, W. and Osgood, W.R. Description of stress-strain curves by three parameters. Technical Note 902, NACA, 1943.
- [5] Rasmussen, K.J.R. Full stress-strain curves for stainless steel alloys. Research Report R811, Department of Civil Engineering, University of Sydney, 2001.
- [6] Mirza, S.A., Kikuchi, D.K. and MacGregor, J.G. Flexural strength reduction factor for bonded prestressed concrete beams. ACI Journal, 77(4), 1980, pp. 237-246.
- [7] Report on Prestressing Steels: Types and Properties. FIP Commission on Prestressing Steels and Systems, FIP, Wexham Spring, England, 1976.
- [8] EN 1992-1. Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 1: General rules and rules for buildings. CEN, Brussels.
- [9] CEB-FIP Model Code 1990 (CEB-FIP MC90). Bulletin D'Information No.213/214, Lausanne, Switzerland.
- [10] Mathieu, H. Reliability problems associated with prestress. In: Bulletin D'Information No. 202: Reliability of Concrete Structures. CEB, Lausanne, Switzerland, 1991, pp. 99-163.
- [11] Naaman, A.E. and Siriakorn, A. Reliability of partially prestressed concrete beams at serviceability limit states. PCI Journal, 27(6), 1982, pp. 66-85.

3.7 СВОЙСТВА ГРУНТА

3.7.1 Введение

Термин «Свойства грунта» используется для описания совокупности свойств грунтового массива, от которых зависит реакция на нагружение или другие воздействия. Свойства грунта включают в себя следующее:

- стратиграфия грунта, т.е. границы подкубов, состоящих из одного и того же типа грунта – далее называемые пластами грунта;
- постоянные свойства, такие как физические и механические параметры или характеристики состояния в пределах каждого пласта грунта, например, жесткость грунта, его сжимаемость, прочность грунта при сдвиге, водопроницаемость грунта, коэффициент переуплотнения грунта, начальное поровое давление и т.д.

Наряду с общими характеристиками поведения каждого пласта грунта, например, поведением, характерным для осушенного, неосушенного, или частично осушенного грунта, перечисленные характеристики представляют собой основные составляющие модели грунта. Различие между пластами грунта, как правило, про-

водится на основе литологической и геотехнической классификации грунтов (песок, глина, органический материал, смеси, плотность и консистенция) и их основных параметров реакции на нагружение.

Хотя надежность фундаментов или других конструкций, находящихся в грунте, зависит также и от неопределенностей, связанных с прилагаемыми нагрузками и строительными материалами (бетоном или сталью), отличительной особенностью геотехнических конструкций является зависимость от неопределенностей свойств грунта. В настоящей главе рассматриваются вероятностные модели, при помощи которых эти неопределенности свойств грунта могут быть учтены.

3.7.2 Неопределенности свойств грунта

Могут рассматриваться различные причины неопределенности свойств грунта:

- Пространственная изменчивость свойств грунта. Изменчивость может иметь непрерывный и прерывистый характер.
- Недостаток исследования грунта в лабораторных условиях или испытаний на месте проведения работ.
- Неточность методов исследования грунта и неверная интерпретация результатов исследований.

Непрерывная пространственная изменчивость:

Континуальные характеристики пласта грунта могут непрерывно изменяться от одной точки к другой по всему объему. Характер вариативности может быть описан общим направлением простираения, по которому наблюдается изменчивость, например, увеличение с ростом глубины, и непрерывным варьированием по общему направлению простираения. Подобный тип описания может также быть использован для описания постоянно изменяющихся границ грунтового пласта, например, варьирования уровня глубины и толщины слоя грунта. Как правило, этот тип изменчивости моделируют в виде непрерывного стационарного случайного поля. В разделе 3.7.3 представлены основы таких моделей.

Параметры геотехнического анализа, как правило, относятся к средним показателям континуальных характеристик некоторого участка поверхности или определенного куба грунта; например, средняя прочность при сдвиге по поверхности скольжения или среднее значение жесткости куба, подвергающегося нагружению. Следовательно, соответствующие неопределенности параметров, характеризующих грунт в контексте геотехнического анализа, касаются, как правило, лишь неопределенностей средних значений этих величин на участках поверхности кубов грунта, подвергающихся воздействию. Моделирование случайного поля, описывающее изменения «от точки к точке» составляет основу количественной оценки неопределенностей усредненных параметров, характеризующих грунт.

Прерывистая пространственная изменчивость:

Пласты грунта, характеризующиеся непрерывной пространственной изменчивостью, могут быть перемешаны с дислокациями пластов, как в случае разломов, линз или заполнений, в зависимости от геологической и морфологической истории. Хотя эти явления и имеют локальный характер, они могут оказывать существенное влияние на поведение конструкций, построенных на поверхности такого участка земли или ниже этого уровня. Зачастую трудно строить предположения о конкретном местоположении и масштабе локального явления, основываясь на результатах инженерно-геологических изысканий, если таковые вообще могут на них указывать.

Недостаток исследования грунта и испытаний:

Данные о подповерхностных условиях могут быть получены при проведении полевых исследований на отдельных участках наблюдения (испытанные образцы, полученные при бурильных работах, результаты стандартного испытания грунта на пенетрацию) или на определенных линиях наблюдения (испытания при помощи конического зонда или геофизические данные). Поэтому, как правило, имеется в наличии информация о небольшом участке рассматриваемого куба грунта, что как следствие приводит к появлению неопределенностей, которые носят статистический характер. Могут быть выделены два типа:

- Неточные статистические данные о распределении свойств грунта (параметры континуума и постоянные границы слоев грунта).
- Потенциальная возможность наличия ошибок в стратиграфических данных о грунте (например, неупомянутые локальные явления, аномалии).

Неопределенности обоих видов могут быть уменьшены за счет проведения дополнительных исследований и испытаний. При постоянных свойствах грунта проводимые исследования и испытания приводят к уменьшению статистической ошибки, что достигается при помощи теории статистической выборки или геостатистических методов.

При наличии потенциальных ошибок в стратиграфии грунта проводимые исследования и испытания, вероятно, приведут к снижению вероятности возникновения таких ошибок. Однако процесс оценки стратиграфии грунта на основе имеющихся данных большей частью зависит от субъективной инженерной оценки. Следовательно, количественный анализ вероятности наличия стратиграфических ошибок и уменьшения их количества как результат дополнительных исследований, также является предметом инженерной оценки. Развитие вероятностных методов оценки вероятности возникновения потенциальных ошибок в стратиграфии грунта, относящихся к типу, масштабу и глубине исследования грунта, еще не достигло желаемого уровня. И все-таки, кажется, что подобные ошибки могут оказывать намного более значимое влияние, чем неточность статистических данных о постоянных свойствах грунта. В разделе 3.7.5 представлены некоторые рекомендации относительно того, каким образом могут рассматриваться неопределенности подобного рода.

Неточность метода исследования грунта:

Неточности могут появляться в результате нарушения правил образования выборки, несовершенства проводимых испытаний, таких как низкая воспроизводимость результатов испытаний или низкий уровень корре-

ляции между результатами испытаний, проводимых на месте работ, и основными характеристиками грунта, а также из-за человеческого фактора и интерпретации результатов исследования грунта. Хотя неточности данного типа зачастую не являются наименее важной причиной возникновения неопределенности, в должной мере при проведении вероятностного анализа они могут учитываться лишь частично. Грубых ошибок, появляющихся из-за неправильной работы испытательного оборудования и при проведении испытаний, следует избегать посредством выполнения соответствующих процедур обеспечения качества. Предупреждать грубые ошибки, допускаемые при интерпретации результатов исследования грунта, следует посредством использования схемы тщательного контроля и независимых проверок.

3.7.3 Непрерывные стохастические модели для пространственных флуктуаций

3.7.3.1 Понятие моделирования стационарного случайного поля

Представление поля

Случайное поле – это мысленная модель, предназначенная для описания непрерывных пространственных флуктуаций свойств грунта в рамках одного пласта грунта. В данном понятии подразумевается, что фактическое значение свойства грунта в каждой локации пласта грунта – это реализация случайной переменной. Как правило, параметры модели случайного поля должны определяться в ходе одной реализации. Следовательно, модель случайного поля должна удовлетворять определенным условиям эргодичности, по крайней мере, на месте.

Стационарность (или однородность) – это точное понятие, означающее, что вся функция совместной плотности вероятности (jpdf) значений свойства грунта в произвольном количестве локаций в рамках одного пласта грунта остается неизменной при произвольной смене локаций. Более мягкий критерий будет заключаться в том, что ожидаемое среднее значение и вариация свойства грунта останутся постоянной в рамках всего пласта грунта и, что ковариация значений свойства грунта в двух локациях – это лишь функция расстояния или компонентов расстояния между локациями. Случайные поля, удовлетворяющие лишь мягким критериям, называются стационарными в слабом смысле.

Впоследствии, будут рассматриваться только слабые критерии стационарности. Нормальные (Гауссовы) или логарифмически-нормальные случайные поля, отвечающие условиям слабой стационарности, также являются стационарными в строгом смысле. Для большинства свойств грунта описание с точки зрения нормальности или логарифмической нормальности является уместным.

Непосредственным продолжением модели постоянного среднего поля является то, что ожидаемое среднее значение может варьироваться, например, при изменении глубины, отражая тем самым общее направление простираения. Пространственная модель затем интерпретируется так:

$$p(\underline{x}) = m_p(\underline{x}) + f_p(\underline{x}) \quad (3.7.3.1a)$$

Где \underline{x} обозначает вектор пространственных координат $\underline{x} = (x, y, z)^T$, $p(\underline{x})$ - значение свойства грунта в локации \underline{x} , $m_p(\underline{x})$ - общее направление простираения, а $f_p(\underline{x})$ - нулевое среднее значение, (слабо) стационарное, случайное поле. Если не установлено иначе, впоследствии x и y будут считаться горизонтальными координатами, а z – вертикальной.

Как правило, функция общего направления простираения будет выбрана в качестве линейного построения функций формы, например, многочлены низкой степени и коэффициенты, характеризующие направление, напр. $m_p(\underline{x}) = \underline{a}^T \underline{F}(z)$, где транспонируемый вектор $\underline{a}^T = (a_1, a_2, \dots, a_m)$ представляет собой коэффициенты, характеризующие направление, а $\underline{F}(z)$ является вектором $(F_1(z), F_2(z), \dots, F_m(z))$ многочленных функций формы в степени $\leq (m - 1)$.

Более обобщенно, функция общего направления простираения может быть функцией вектора локации \underline{x} вместо координаты глубины z . В этом случае многочленные функции формы меняются на $F_j(\underline{x})$ ($j = 1 \dots m$) соответственно. Отметим, что постоянное среднее поле может считаться особым случаем поля с общим направлением простираения и постоянными коэффициентами, характеризующими направление. В этом случае вектор коэффициента направления будет являться простым скаляром, являющимся постоянным в рамках всего поля и соответствующей функции формы $F_1(\underline{x}) = 1$. Понятие (слабой) стационарности может быть прямо распространено на поля с общим направлением простираения. Такое поле является (слабо) стационарным, когда коэффициенты направления постоянны в рамках всего поля, а центрированное, напр. среднее нулевое поле случайных флуктуаций слабо стационарно.

Дальнейшее расширение касается зависимости локации вариаций поля. Например, когда вариация увеличивается с глубиной, то согласно некоторым особым предположениям, представление поля изменится на:

$$p(\underline{x}) = m_p(\underline{x}) + s(z)f_p(\underline{x}) \quad (3.7.3.1b)$$

где функция формы $s(z)$ отражает характер изменений стандартного отклонения с глубиной. Впоследствии, этот случай не будет рассматриваться более детально.

Ковариационная структура случайного поля с нулевым средним значением

Интенсивность и тип колебаний поля с нулевым средним значением характеризуется его автоковариационной функцией:

$$C_{fp}(\Delta \underline{x}) = E[f_p(\underline{x} + \Delta \underline{x})f_p(\underline{x})] \quad (3.7.3.2)$$

где $\Delta \underline{x} = (\Delta x, \Delta y, \Delta z)^T$ – вектор разделительных расстояний («компонентов запаздывания») и $C_{fp}(\Delta \underline{x})$ – автоковариационная функция. Следует отметить, что $C_{fp}(0) = \sigma_{fp}^2$ – вариация поля. Для полей действительных значений существует симметрия в отношении параметров, т.е. $C_{fp}(\Delta x, \Delta y, \Delta z) = C_{fp}(|\Delta x|, |\Delta y|, |\Delta z|)$.

Функция $\rho_{fp}(\Delta \underline{x}) = C_{fp}(\Delta \underline{x}) / \sigma_{fp}^2$ называется нормированной автоковариационной функцией (автокорреляционной функцией).

В целях моделирования поля могут использоваться параметризованные функции формы для моделирования нормированной автоковариационной функции. Данные функции формы должны соответствовать определенным условиям, чтобы быть допустимыми.

Некоторые важные понятия моделирования в отношении автокорреляционной структуры кратко рассмотрены далее.

Отделимость:

Автоковариационная структура случайного поля называется отделимой, если нормированная автокорреляционная функция может быть записана как умножение нормированной автоковариационной функции для каждого из направлений поля, т.е. $\rho_{fp}(\Delta x, \Delta y, \Delta z) = \rho_{fp,x}(\Delta x)\rho_{fp,y}(\Delta y)\rho_{fp,z}(\Delta z)$. Автоковариационная структура может быть частично отделима, например, относительно горизонтального и вертикального измерений, т.е. $\rho_{fp}(\Delta x, \Delta y, \Delta z) = \rho_{fp,xy}(\Delta x, \Delta y)\rho_{fp,z}(\Delta z)$.

В общем смысле, если $\rho_1(\Delta \underline{x}^{(m)})$ и $\rho_2(\Delta \underline{x}^{(k)})$ являются допустимыми нормированными автоковариационными функциями для m- и k-размерного поля соответственно, тогда $\rho_3(\Delta \underline{x}^{(m)}, \Delta \underline{x}^{(k)}) = \rho_1(\Delta \underline{x}^{(m)})\rho_2(\Delta \underline{x}^{(k)})$ является допустимой нормированной автоковариационной функцией для m- и k-размерного поля.

Изотропность:

Автоковариационная структура случайного поля называется изотопной, если нормированная ковариационная функция зависит от значений евклидова расстояния только между точками поля, вместо компонентов направленного расстояния оси, т.е. $\rho_{fp}(\Delta x, \Delta y, \Delta z) = \rho_{fp,i}((\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2)^{1/2})$. Кроме того, автоковариационная структура может быть частично изотопной, например, относительно горизонтальных направлений поля: $\rho_{fp}(\Delta x, \Delta y, \Delta z) = \rho_{fp,i}((\Delta x^2 + \Delta y^2)^{1/2}, \Delta z)$.

Изотопность предполагает, что автоковариационная функция инвариантна по отношению к ортонормированному изменению координат поля.

Эргодичность:

Важным понятием моделирования в отношении статистических выводов статистики поля является эргодичность. Эргодичность предполагает стационарность. Случайное поле является эргодичным (в широком смысле), если каждый из статистических параметров может быть получен вследствие всего одной реализации поля. Как правило, интерес представляют не все, а только некоторые данные статистики поля. Понятие эргодичности может быть определено относительно этих параметров. Например, эргодичность относительно ожидаемого среднего значения и эргодичность относительно автоковариационной структуры.

Для эргодичности относительно среднего значения (в случае с постоянным средним значением поля) или эргодичности относительно коэффициентов общего направления простираения (в случае если данные коэффициенты являются постоянными на протяжении всего поля), предполагается, что автоковариационная функция должна стремиться к нулю при значительном запаздывании, однако данное условие не имеет существенного значения.

Положительная определенность:

Вариация любой конечной линейной комбинации значений в любых местонахождениях поля всегда должна быть положительной. Данное условие приводит к требованию, чтобы ковариационная функция была положительно определенной. Верификация положительной определенности параметризованной автоковариационной функции может быть проведена с помощью преобразований Фурье, однако данная процедура является сложной, и, следовательно, на практике данное требование, как правило, соблюдается путем выбора функции из приведенных ниже функций (все из которых, как показано, являются положительно определенными).

Одномерные поля

В таблице 3.7.3.1. представлены некоторые приемлемые виды автоковариационных функций в одномерном представлении, как это рекомендовано в геотехнической и геогидрологической литературе.

Тип	Нормализованная автоковариационная функция: $p_{fp}(\tau) = C_{fp}(\tau) / C_{fp}(0)$
1. Экспоненциальная	$\exp\left(-\frac{ \tau }{D}\right)$
2. Экспоненциальная, колебательная	$\exp\left(-\frac{ \tau }{D}\right) \cos(b\tau)$
3. Экспоненциальная квадратичная (Гауссова)	$\exp\left(-\left(\frac{\tau}{D}\right)^2\right)$
4. Экспоненциальная квадратичная колебательная	$\exp\left(-\left(\frac{\tau}{D}\right)^2\right) J_0(b\tau)$
5. Билинейная Примечание: Применимо только по отношению к одномерным полям	$\begin{cases} \left(1 - \frac{\tau}{D}\right) & \text{для } \tau \leq D \\ 0 & \text{для } \tau > D \end{cases}$
Примечания: $J_0(\cdot)$ является функцией Бесселя первого рода нулевого порядка D и b – корреляционные параметры	

Таблица 3.7.3.1: Некоторые приемлемые виды нормализованных автоковариационных функций

Одномерные случайные поля с нормализованными ковариационными функциями видов 1,2 или 5 являются «почти всюду» (п.в.) непрерывными, но не дифференцируемыми (т.е. не гладкими) случайными полями, которые описываются нормализованной автоковариационной функцией, которая является дважды дифференцируемой при нулевом запаздывании $\tau = 0$, п.н. дифференцируемы (т.е. гладкие).

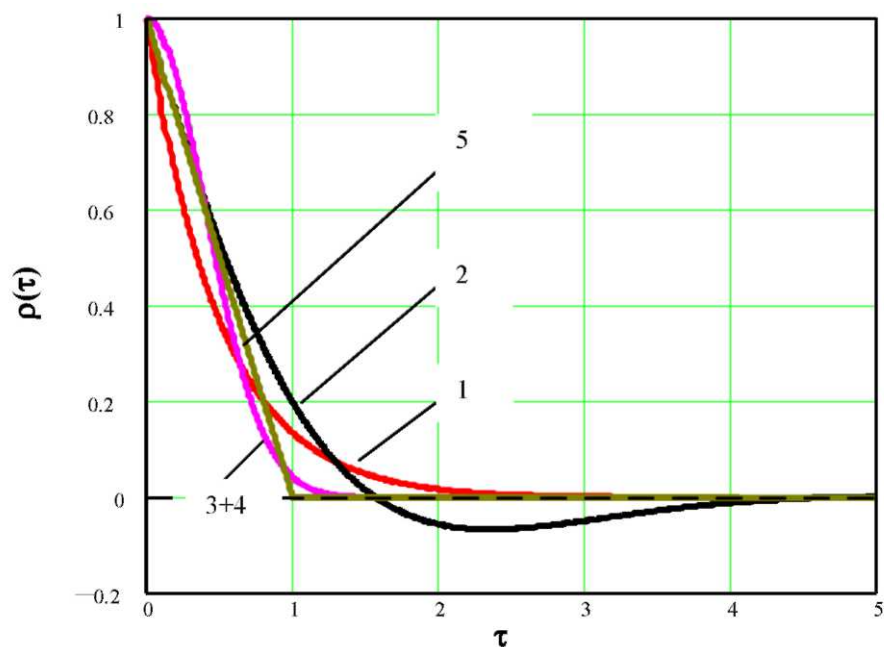


Рис. 3.7.3.1: Приемлемые нормализованные ковариационные функции из таблицы 3.7.3.1

Двух- и трехмерные поля

Исходя из представленных в таблице 3.7.3.1 видов функций, приемлемые нормализованные автоковариационные функции для двух- и трехмерных полей могут быть представлены, например, в следующем виде:

Экспоненциальная:

$$p_{fp}(\Delta x, \Delta y, \Delta z) = \exp\left(-\frac{\Delta x}{D_x} - \frac{\Delta y}{D_y} - \frac{\Delta z}{D_z}\right) \quad (3.7.3.3)$$

или в случае горизонтальной изотропии:

$$p_{fp}(\Delta x, \Delta y, \Delta z) = \exp\left(-\frac{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}{D_h} - \frac{|\Delta z|}{D_z}\right) \quad (3.7.3.4)$$

Гауссова:

$$p_{fp}(\Delta x, \Delta y, \Delta z) = \exp\left(-\left(\frac{\Delta x}{D_x}\right)^2 - \left(\frac{\Delta y}{D_y}\right)^2 - \left(\frac{\Delta z}{D_z}\right)^2\right) \quad (3.7.3.5)$$

или в случае горизонтальной изотропии:

$$p_{fp}(\Delta x, \Delta y, \Delta z) = \exp\left(-\left(\frac{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}{D_h}\right)^2 - \left(\frac{\Delta z}{D_z}\right)^2\right) \quad (3.7.3.6)$$

Следует обратить внимание на то, что билинейная автоковариационная функция (типа 5 в таблице 3.7.3.1) не является приемлемой для двух- и трехмерных полей, поскольку она не соответствует критерию положительной определенности.

3.7.3.2 Шкала флуктуаций

Шкала флуктуаций (или корреляционный радиус) для одномерного поля действительных значений определяется как с.f. («scale of fluctuation», прим. пер.) [Ванмарке, 1979]:

$$\delta = 2 \int_0^{\infty} p_{fp}(\tau) d\tau \quad (3.7.3.7)$$

В таблице 3.7.3.2 показано соотношение между шкалой флуктуаций и корреляционными параметрами для указанных в таблице 3.7.3.1 видов нормализованной ковариационной функции.

Тип	Шкала флуктуаций δ
1.	$\delta = 2D$
2.	$\delta = \frac{2D}{1 + b^2 D^2}$
3.	$\delta = D\sqrt{\pi}$
4	$\delta = D\sqrt{\pi} \exp\left(-\frac{1}{8}b^2 D^2\right) I_0\left(\frac{1}{8}b^2 D^2\right)$
5.	$\delta = D$
Примечание: $I_0()$ является функцией Бесселя первого рода нулевого порядка	

Таблица 3.7.3.2. Шкалы флуктуаций

В более общем смысле, шкала флуктуаций δ определяется как радиус единичного шага нормализованной ковариационной функции, т.е. $p(\tau)=1$ для $\tau \leq \delta$ и $=0$ для $\tau > \delta$, где τ является евклидовым сдвигом, который имеет ту же самую величину коэффициента корреляции α , что и нормализованная ковариационная функция для одно- двух- или трехмерного поля.

$$\alpha_n = 2^n \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \dots \int_0^{\infty} p_{fp}(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) d\tau_1 d\tau_2 \dots d\tau_n \quad (3.7.3.7a)$$

где $n=1,2,3$. В случае двухмерного поля:

$$\alpha_2 = 2^2 \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} p_{fp}(\tau_1, \tau_2) d\tau_1 d\tau_2$$

$$\delta_{eq} = \sqrt{\frac{\alpha_2}{\pi}} \quad (3.7.3.7b)$$

В случае двухмерного изотропного поля

$$\left(\tau_{12} \sqrt{(\tau_1^2 + \tau_2^2)}\right)$$

$$\alpha_2 = 2\pi \int_0^\infty \tau_{12} p_{f_p}(\tau_{12}) d\tau_{12}$$

$$\delta_2 = \sqrt{\frac{\alpha_3}{\pi}} \quad (3.7.3.7c)$$

и, аналогичным образом, для случая сферической изотропии: $\tau_{123} \sqrt{(\tau_1^2 + \tau_2^2 + \tau_3^2)}$:

$$\alpha_3 = 2\pi^2 \int_0^\infty \tau_{123}^2 p_{f_p}(\tau_{123}) d\tau_{123}$$

$$\delta_3 = \sqrt[3]{\frac{3\alpha_3}{4\pi}} \quad (3.7.3.7d)$$

Корреляционный радиус можно интерпретировать как скалярную меру, отражающую среднюю пространственную протяженность поля, в котором присутствует сильная корреляция.

Размеры горизонтальных шкал флуктуаций значений прочности на сдвиг для речной глины варьируются в интервале от 60 м до 200 м и более, в то время как вертикальные шкалы флуктуаций для таких видов грунта находятся в диапазоне от нескольких дециметров до нескольких метров. Отметки горизонтальных шкал флуктуаций среднего значения сопротивления грунта по конусу зонда, на основе стандартного испытания грунта на пенетрацию в глубоководном ледниковом песке, находятся в диапазоне от 40 до 80 м, в то время как вертикальные шкалы колебаний по результатам этих испытаний варьируются в интервале от 0,5 до 0,8 м. В приложении 3.7.А представлены шкалы флуктуаций параметров грунта, которые были взяты из полученных экспериментальных данных, опубликованных в различных изданиях.

3.7.3.3 Пространственное усреднение

Параметры геотехнического анализа, как правило, выражаются в виде усредненных значений, описывающих свойства грунта в пределах поверхности скольжения или в зоне разрушения грунта, полученных при полном анализе разрушений, или значений, описывающих сильно сжатый грунт, полученных при расчете деформации. Если размеры подобных поверхностей или объемов грунта превышают шкалы флуктуаций свойств грунта, необходимо выполнить усреднение пространственной изменчивости свойств грунта. Это подразумевает, что изменчивость усредненных свойств грунта в пределах поверхности скольжения или объема грунта, который подвергается воздействию, может быть существенно ниже, чем изменчивость поля. Эти данные основаны на результатах испытаний с образцами небольших размеров (например, испытание на трехосное сжатие) или испытаний, в ходе которых воздействию подвергались небольшие объемы грунта на месте проведения работ (например, испытания при помощи конического зонда, испытание грунта на сдвиг крыльчаткой, и т.д.).

Рассмотрим свойство грунта, шкала флуктуаций которого описывается уравнением (3.7.3.1), в котором $m_p(x)$ является константой m_p . Среднее значение этого свойства в вертикальной плоскости поверхности (плоскости $-x, -z$) с высотой h и шириной b может быть описано следующим образом:

$$I_{bh}(p) = \frac{l}{bh} \int_0^b \int_0^h p(\underline{x}) dx dz = \frac{l}{bh} \int_0^b \int_0^h (m_p + f_p(\underline{x})) dx dz \quad (3.7.3.8)$$

Среднее ожидаемое значение равно: $E[I_{bh}] = m_p$, вариация $I_{ph}(p)$ может быть описана следующим образом:

$$\begin{aligned} \text{var}(I_{bh}(p)) &= \frac{l}{b^2 h^2} \int_0^b \int_0^b \int_0^h \int_0^h E[f_p(x, z) f_p(\xi, \eta)] dx d\xi dz d\eta \\ &= \frac{\sigma_{f_p}^2}{b^2 h^2} \int_0^b \int_0^b \int_0^h \int_0^h p_{f_p}(x - \xi, z - \eta) dx d\xi dz d\eta \\ &= \frac{4\sigma_{f_p}^2}{bh} \int_0^b \int_0^h \left(l - \frac{\tau_1}{b}\right) \left(l - \frac{\tau_2}{h}\right) p_{f_p}(\tau_1, \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \\ &= \sigma_{f_p}^2 \Gamma^2(b, h) \end{aligned} \quad (3.7.3.9)$$

где $\tau_1 = x - \xi$, $\tau_2 = z - \eta$, и $\Gamma^2(b, h)$ относится к коэффициенту уменьшения вариации.

Если нормализованная функция ковариации принадлежит к одному из сепарабельных типов, тогда уравнение (3.7.3.9) может быть записано следующим образом:

$$\text{var}(I_{bh}(p)) = \sigma_{f_p}^2 \Gamma^2(b) \Gamma^2(h) \quad (3.7.3.10)$$

где $\Gamma^2(b)$ и $\Gamma^2(h)$ являются коэффициентами уменьшения вариации:

$$\Gamma^2(b) = \frac{2}{b} \int_0^b \left(1 - \frac{\tau}{b}\right) p_{f_p}(\tau) d\tau \quad (3.7.3.11)$$

Для значений b больших по сравнению с корреляционным радиусом α_1 уравнение (3.7.3.11) упрощается до следующего вида:

$$\Gamma^2(b) \approx \frac{\alpha_1}{b} \quad (3.7.3.12)$$

Аналогичные выражения справедливы для $\Gamma^2(h)$. На рис. (3.7.3.2) показаны коэффициенты уменьшения вариации для нормализованных ковариационных функций из таблицы 3.7.3.1.

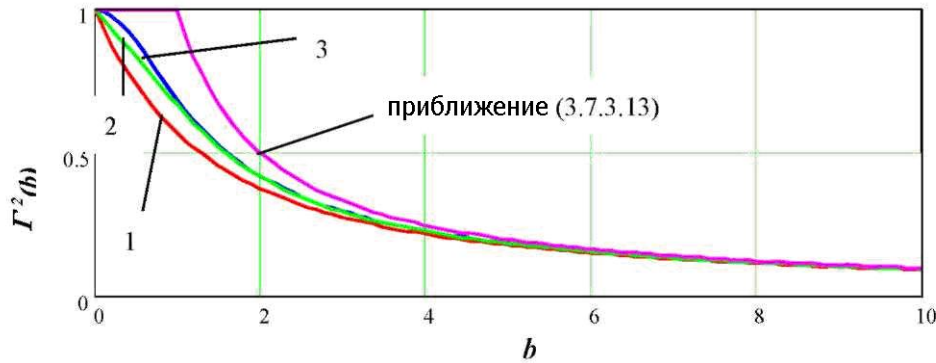


Рис. 3.7.3.2. Коэффициенты уменьшения вариации для нормализованных ковариационных функций, представленных в таблице 3.7.3.1

Реалистичные оценки величины b/D_h для поверхностей скольжения в зоне запруд или дорожных насыпей варьируются в интервале значений от 0,5 до 2, поэтому уменьшение вариации из-за усреднения в горизонтальном направлении может происходить в интервале от 0,95 до 0,4.

Реалистичные оценки величины h/D_v для потенциально возможных режимов скольжения в зоне запруд или дорожных насыпей на мягком грунте охватывают диапазон значений от 5 и выше. При рассмотрении рис. 3.7.3.2. становится понятно, что усреднение в вертикальном направлении существенно уменьшает вариации, имеющие место при пространственном усреднении.

В достаточно обобщенном виде коэффициент уменьшения вариации для случаев усреднения в одном, двух или трех измерениях могут быть приближенно выражены следующим образом:

$$\begin{aligned} \Gamma^2(L_1 \dots L_n) &= 1 \quad \text{для } (L_1 \dots L_n) \leq \alpha_n \\ &= \frac{\alpha_n}{(L_1 \dots L_n)} \quad \text{для } (L_1 \dots L_n) > \alpha_n \quad (n = 1, 2, 3) \end{aligned} \quad (3.7.3.13)$$

где L_1 , L_2 и L_3 — длины усреднения, и α_1 , α_2 , α_3 — корреляционные радиусы по уравнению (3.7.3.7a). В случае «сепарабельных» нормализованных автоковариационных функций, т.е. функций, которые могут быть записаны в виде умножения коэффициентов для каждого измерения двух- или трехмерной поверхности или объема, общий коэффициент уменьшения вариации для случая трехмерного объема может быть записан следующим образом:

$$\Gamma^2(L_1, L_2, L_3) = \Gamma^2(L_1) \Gamma^2(L_2) \Gamma^2(L_3) \quad (3.7.3.14)$$

Численный метод

Как правило, усредненные поверхности или объемы могут не быть параллельны осям координат. Грубым приближением, предложенным Ванмарке в 1977 году, является оценка усредняемых объемов при помощи ортогональной проекции поверхности или объема усреднения на оси координат и последующего приближения (3.7.3.13) или (3.7.3.14) проецируемых объемов. Это достаточно хороший метод для усреднения по объемам. Однако, для усреднения по поверхностям требуется более сложный метод (например, метод, используемый в случае поверхностей разрушения при анализах состояния предельного равновесия), разработанный Раквицем [Rackwitz, 2000]. Для этой цели следует вычислить интегралы. Например, пусть поверхность S имеет следующее параметрическое представление:

$$S: \{(x, y, z)\} \text{ с } z = h(x, y), (x, y) \in B \quad (3.7.3.15)$$

где B — проекция поверхности S в плоскость (x, y) . Тогда среднее по поверхности S определенного свойства $p(\underline{x}) = m_p + f_p(\underline{x})$, где $f_p(\underline{x})$ — нулевое однородное флуктуационное поле осредненных величин:

$$I_S(p) = \frac{1}{A(S)} \int_S (m_p + f_p(\underline{x})) dS(\underline{x}) \quad (3.7.3.16)$$

где $A(S)$ — площадь поверхности S . Ожидаемое среднее значение $E[I_S(p)] = m_p$ и вариация равна:

$$\begin{aligned}
\text{var}(I_{bh}(p)) &= \frac{\sigma_{f_p}^2}{A(S)^2} \int_{S(\underline{x})} \int_{S(\underline{\zeta})} p_{f_p}(\underline{x} - \underline{\zeta}) dS(\underline{x}) dS(\underline{\zeta}) \\
&= \frac{\sigma_{f_p}^2}{A(S)^2} \int_{B(x,y)} \int_{B(\eta,\xi)} p_{f_p}(x - \eta, y - \xi, h(x, y) - h(\eta, \xi)) \dots \\
&\dots \sqrt{1 + \left(\frac{\partial h(x, y)}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial h(x, y)}{\partial y}\right)^2} \sqrt{1 + \left(\frac{\partial h(\eta, \xi)}{\partial \eta}\right)^2 + \left(\frac{\partial h(\eta, \xi)}{\partial \xi}\right)^2} dx dy d\eta d\xi \quad (3.7.3.17)
\end{aligned}$$

Ковариации средних значений свойств грунта в зонах различных поверхностей S_j и S_k могут быть выражены следующим образом:

$$\begin{aligned}
\text{cov}(I_{S_j}(p), I_{S_k}(p)) &= \frac{\sigma_{f_p}^2}{A(S_j)A(S_k)} \int_{B_j(x,y)} \int_{B_k(\eta,\xi)} p_{f_p}(x - \eta, y - \xi, h_j(x, y) - h_k(\eta, \xi)) \dots \\
&\dots \sqrt{1 + \left(\frac{\partial h_j}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial h_j}{\partial y}\right)^2} \sqrt{1 + \left(\frac{\partial h_k}{\partial \eta}\right)^2 + \left(\frac{\partial h_k}{\partial \xi}\right)^2} dx dy d\eta d\xi \quad (3.7.3.18)
\end{aligned}$$

Площадь поверхности S может быть вычислена при помощи интегрирования:

$$A(S) = \int_B \sqrt{1 + \left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial h}{\partial y}\right)^2} dx dy \quad (3.7.3.19)$$

Последующие упрощения интегральных представлений возможны в случае плоских поверхностей, сепарабельных полей и если поверхность параллельна одной из осей координат. И все-таки, будет трудно найти аналитические решения и придется выполнять численное интегрирование.

Коэффициенты уменьшения вариации вычисляются по следующему уравнению:

$$\Gamma^2(S) = \frac{\text{var}(I_S(p))}{\sigma_{f_p}^2} \quad (3.7.3.20)$$

а корреляция между средними значениями свойства p в пределах различных поверхностей S_j и S_k может быть получена из следующего уравнения:

$$p(I_{S_j}(p), I_{S_k}(p)) = \frac{\text{cov}(I_{S_j}(p), I_{S_k}(p))}{\Gamma(S_j)\Gamma(S_k)\sigma_{f_p}^2} \quad (3.7.3.21)$$

3.7.3.4 Корреляция между свойствами грунта

Свойства грунта в значительной степени зависят от типа грунта, условий отложения и истории нагружения. Различные свойства отдельного объема грунта могут, поэтому, сильно коррелироваться, например, параметры сжатия или прочности при сдвиге и параметры деформации. С другой стороны, значения различных параметров грунта могут быть получены из общего набора данных, полученных в ходе испытаний в лабораторных условиях или на месте проведения работ. Это может подразумевать наличие положительной или отрицательной корреляции между этими значениями параметров, что полностью является результатом числовой обработки испытательных данных. Модель стохастического поля должна учитывать корреляцию. Для этого может быть расширено представление модели поля, описанной в предыдущих разделах, в том смысле, что переменная поля является вектором свойств грунта:

$$\underline{p}(\underline{x}) = \underline{m}_p(\underline{x}) + \underline{f}_p(\underline{x}) \quad (3.7.3.22)$$

где p , m_p and f_p – функции n -мерного вектора. Ковариационная матрица:

$$\begin{aligned}
\text{cov}_p(\underline{x}, \underline{x} + \Delta \underline{x}) &= E[(\underline{p}(\underline{x}) - \underline{m}_p(\underline{x}))(\underline{p}(\underline{x} + \Delta \underline{x}) - \underline{m}_p(\underline{x} + \Delta \underline{x}))^T] \\
&= [\text{cov}_{ij}(\Delta \underline{x})]_{i,j=1 \dots n}^T \quad (3.7.3.23)
\end{aligned}$$

Ковариационная матрица может иметь следующий вид:

$$[\text{cov}_{ij}] = C(0)\rho(\Delta \underline{x}) \quad (3.7.3.24)$$

где $C(0)$ – матрица вариаций и ковариаций свойств грунта в определенном месте, а $\rho(\Delta \underline{x})$ – нормализованная автоковариационная функция, зависящая от расстояния разделения. Матрица $C(0)$ равна:

$$C(0) = \underline{\sigma}_p [\rho_{ij}] \underline{\sigma}_p^T \quad (3.7.3.25)$$

где $\underline{\sigma}_p$ – вектор стандартных отклонений величины \underline{p} , а $\rho_{ij}(i \neq j)$ – взаимная корреляция при нулевом запаздывании, которая может быть установлена на основе диаграмм рассеивания. Эта форма выражения предполагает, что все свойства грунта, входящие в вектор \underline{p} , имеют одну и ту же структуру пространствен-

ной корреляции. Исходя из наблюдений и геологических соображений, это приближение можно назвать рациональным.

3.7.4 Статистический анализ

3.7.4.1 Статистические неопределенности общего направления простирания

Константы, характеризующие направление среднего значения, а также полевую статистику случайного поля должны выводиться из статистического анализа полевых наблюдений (измерений на месте либо лабораторных испытаний). Предположим, что мы имеем ряд наблюдений значения поля в месте снятия пробы $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$. Ряд исследуемых значений обозначается как вектор $\underline{P} = (P_1, P_2, \dots, P_n)^T$, где $P_i = p(x_i)$. Допустим, что был проанализирован некоторый первоначальный выбор стандартной автоковариационной функции $r(\Delta x); \underline{D}$, где \underline{D} – это символическое обозначение выбранных параметров корреляции. Допустим, что наблюдения обусловлены направлением в сторону глубины, т.е. среднее значение постепенно изменяется с глубиной. Тогда анализ направления

$$\hat{\underline{a}} = (F^T R^{-1} F)^{-1} F^T R^{-1} \underline{P} \quad (3.7.4.1)$$

может быть получен из обобщенной линейной регрессии.

где: $\hat{\underline{a}}$ – это оценка вектора коэффициента направления \underline{a} ,

F – (nхm) матрица значений функции формы,

$F_{ij} = F_j(z_i)$, z_i – координата глубины x_i

R – (nхn) корреляционная матрица $R_{ij} = r((x_i - x_j); D)$

Ковариационная матрица коэффициентов направления:

$$COV(\hat{\underline{a}}) = E[(\hat{\underline{a}} - E[\hat{\underline{a}}])(\hat{\underline{a}} - E[\hat{\underline{a}}])^T] = (F^T R^{-1} F)^{-1} \sigma_{f_p}^2 \quad (3.7.4.2)$$

Оценка изменчивости поля $\sigma_{f_p}^2$ получается из:

$$\sigma_{f_p}^2 = \frac{1}{n - m} (\underline{P} - E[\hat{\underline{a}}])^T R^{-1} (\underline{P} - E[\hat{\underline{a}}]) \quad (3.7.4.3)$$

Данные оценки обусловлены выбором корреляционных параметров D и выбором типа стандартной ковариационной функции. Допуская нормальное распределение поля флуктуаций, данные оценки корреляционных параметров, основанных на результатах примеров, могут быть получены из похожего выражения:

$$L_{f_p}(\underline{P}; \underline{D}) = \frac{\exp(-1/2(n - m)) (n - m)^{\frac{n}{2}}}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} \sqrt{\det(R)} (\underline{P}^T (R^{-1} - R^{-1} F (F^T R^{-1} F)^{-1} F^T R^{-1}) \underline{P})^{\frac{n}{2}}} \quad (3.7.4.4)$$

либо с помощью максимально приближенной оценки, либо в рамках Байесова анализа, допуская отдаленное априорное распределение корреляционных параметров.

Неопределенные оценочные данные, касающиеся значений среднего поля, могут быть получены из ковариационной матрицы, уравнение (3.7.4.2). Ожидаемое среднее значение в любой случайной точке поля $\underline{x} = (x, y, z)^T$, что означает:

$$m_p(\underline{x}) = \hat{\underline{a}}^T \underline{F}(z) \quad (3.4.7.5)$$

и ее вариация:

$$\sigma_{f_p}^2(\underline{x}) = F^T(z) COV(\hat{\underline{a}}) F(z) \quad (3.7.4.6)$$

должны учитываться при проведении анализа вероятной надежности. Неопределенности значений среднего поля коррелируется по всему полю

3.7.4.2 Анализ пространственной корреляции, подход разделения

Из предыдущей главы следует вывод, что анализ направления и пространственная корреляция, следующая из результатов измерений в основе своей независимы. Для определения коэффициентов, влияющих на направление, необходимо знать структуру пространственной ковариации и наоборот. Приближенное выражение (3.7.4.5) позволяет провести оценку автокорреляционных параметров с учетом направления. Такой анализ требует предварительного отбора функций формы и типа автокорреляционной функции, т.е. выбранной из таблицы 3.7.3.1. Пример был рассмотрен в [Vrouwenvelder & Calle, 2003]. В этом примере «направление» ограничено постоянным средним значением. В данной работе было продемонстрировано, что «реальные» шкалы флуктуаций могут тщательно быть выведены из ограниченного числа примеров, взятых из псевдо реальных случайных функций. Но тем не менее, поскольку количество (коррелированных) примеров превышает 50, используемые вычислительные затраты делают данный подход труднорешаемым.

В случае выборки большого объема, эмпирическая детерминация пространственной зависимости от наблюдений часто выполняется с использованием инструментов геостатистики (например, Goovaerts 1997). Здесь представлено краткое обсуждение простого криджинга. Данный подход использует предположение известного и постоянного среднего значения для лежащего в основе поля, а другие криджинговые подходы до-

пускают местные вариации средних значений либо средних значений, которые незначительно варьируются в рамках исследовательского центра и также могут быть использованы, если это уместно.

Стохастическая зависимость между свойствами почвы в любых двух точках может быть смоделирована с помощью ковариационной функции. Для гауссовых данных это в полной мере характеризует совместную зависимость между свойствами в двух точках, и аналитические уравнения легко разрешаются. Если интересующие свойства почвы не имеют гауссовых распределений, интересующие данные сначала могут быть преобразованы путем преобразования нормальных меток, чтобы использовать преимущества свойств гауссовых полей. Данное преобразование требует наличия функции кумулятивной вероятности истинных значений почвы, которые могут быть получены с помощью эмпирического распределения значений данных наблюдений или соответствующего параметрического распределения. Каждое потенциальное значение свойства грунта, к примеру, $q(x)$, далее преобразуется в соответствии со значением, к примеру, $p(x)$, таким образом, чтобы функция вероятности первоначального свойства грунта имела такое же значение квантиля как преобразованное значение в отношении стандартной гауссовой вероятностной функции. Математически это выражено в следующем уравнении:

$$p(x) = \Phi^{-1}(F(q(x))) \quad (3.7.4.7)$$

где $F(q)$ – вероятностная функция начальных данных, а $\Phi^{-1}(\cdot)$ – обратная величина стандартной гауссовой вероятностной функции. Данное преобразование по определению приводит к появлению переменных, которые косвенно имеют стандартное гауссово распределение. После подтверждения, что преобразованные данные обоснованно представлены с помощью многомерного гауссова распределения, эти преобразованные данные используются при статистической оценке и моделировании.

Пространственная зависимость нормального, нулевого среднего или постоянного среднего значения данных $p(x)$ может быть получена с помощью эмпирической вариограммы. Вариограмма, обозначаемая как $\gamma(\tau)$, равняется половине значения дисперсии приращения в точках данных, лежащих на расстоянии T .

$$\gamma(\tau) = \frac{1}{2} \text{Var}(p(x) - p(x + \tau)) \quad (3.7.4.8)$$

Расстояние вектора T определяет расстояние и направление. Если предполагается наличие изотопности, то вариограмма является только функцией разделительного расстояния ($|\tau|$). Вариограмма часто используется в геостатистике вместо коэффициента вариации, поскольку она требует стационарности только приращений, а не основного процесса. Однако эти два понятия взаимозаменяемы, если отклонение основного поля является стационарным. Соотношение между вариограммами и автокорреляционной функцией, в случае если случайная функция является стационарной при значениях отклонения σ_p^2 и автокорреляционной функции $\rho_p(\tau)$, даны с помощью следующего уравнения:

$$\gamma(\tau) = (1 - \rho_p(\tau))\sigma_p^2 \quad (3.7.4.9)$$

Для получения эмпирической оценки вариограммы, данные должны быть сгруппированы в пары на сравнимых разделительных расстояниях $|\tau|$, и отклонения рассчитаны с помощью этих наборов данных, используя следующее уравнение:

$$\hat{\gamma}(\tau) = \frac{1}{2n(\tau)} \sum_i^{n(\tau)} (p(x_i) - p(x_i + \tau))^2 \quad (3.7.4.10)$$

где $n(\tau)$ – число пар местонахождений $\{x_i, x_i + \tau\}$, разделенных расстоянием T (с некоторым запасом в значении T , чтобы обеспечить подходящее количество точек данных в каждом наборе расстояний). На рис. 3.7.4.1 приведены результаты из примера с соответствующей аналитической функцией для полудисперсии. Приложения для анализа эмпирической вариограммы представлены во множестве пакетов ГИС-программ, а также в автономных приложениях по геостатистике (например, Стенфордский центр разработки месторождений, 2006 год).

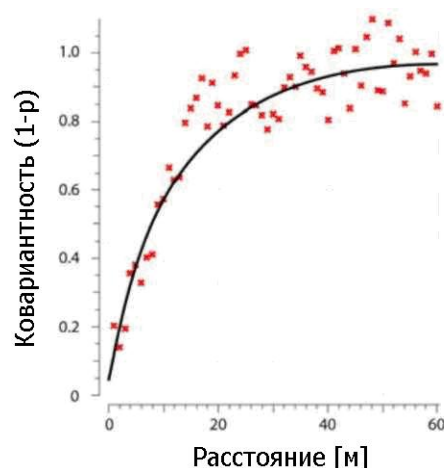


Рис. 3.7.4.1: Эмпирическая вариограмма и приспособленная функция полудисперсии

Когда эмпирическая вариограмма получена, к данным может быть применено прогностическое уравнение (см. рис. 3.7.4.1), которое может быть использовано в качестве модели для пространственной корреляции для целей, представленных в настоящем документе.

3.7.4.3 Предварительная информация о свойствах грунта: Байесовское обновление

Предварительная информация

В целом, параметры поля, такие как ожидаемое среднее значение, стандартное отклонение и параметры корреляции должны быть получены из полевых испытаний. Как правило, предварительная информация, особенно в отношении средних значений, доступна, в случае если возможна классификация типов грунта, основанная на совокупности предшествующих специализированных исследований данных типов грунта. В таблицах 3.7.4.1 а и б приведены группы показателевых априорных оценок свойств для некоторых категорий грунта, отобранных на основе литературных источников. Ряд национальных и региональных норм по геотехнике содержит таблицы с априорными показаниями для свойств грунта, которые могут отличаться от показаний, приведенных в таблице 3.7.4.1, часто по причине различий в классификациях типов грунта и региональных геологических характеристиках.

Несвязный тип грунта	Плотность	Объемная масса по сухому веществу [кН/м ³]	Объемная масса по водонасыщенному веществу [кН/м ³]	Тангенсоида внутреннего трения (ϕ')	Жесткость [МН/м ²]
Крупный гравий, Галька	несвязный	15-17	19- 20	0.65-0.73	150-300
	средний	17- 18	20- 21	0.70-0.83	150-300
	плотный	18- 20	21- 23	0.78-0.90	250-350
Песок, гравий, Равномерный Зернистый	несвязный	15-16	19- 20	0.58-0.65	30-100
	средний	17- 18	20- 21	0.65-0.73	50-150
	плотный	18- 19	21- 22	0.70-0.83	100-200
Песок, гравий, Неравномерный Зернистый	несвязный	17- 19	20- 22	0.57-0.70	30-100
	средний	18- 20	21- 23	0.62-0.75	50-150
	плотный	20-21	22- 24	0.70-0.85	150-250
Песок Слегка илистый Илистый		18-20	20-21.5	0.50-0.65	25-50
		18-20	19.5-20.5	0.45-0.60	20-40

Таблица 3.7.4.1а. Предварительные показания свойств для несвязного грунта

Связный тип грунта	Консистенция	Объемная масса по водонасыщенному веществу [кН/м³]	Тангенсоида внутреннего трения (φ') (осушенного грунта)	Связность (осушенного грунта) [кН/м³]	Прочность неосушенного грунта при сдвиге [кН/м³]	Жесткость (нормально уплотненного грунта) [МН/м²]
Связный минеральный грунт, Пластичный	мягкий жесткий очень жесткий	16- 18 17- 19 20-22	0.27-0.36 0.27-0.36 0.27-0.36	0-5 5-15 15-30	10-20 20-50 50-100	1- 2 2- 4 4-10
Связный минеральный грунт, Среднепластичный	мягкий жесткий очень жесткий	17- 19 18- 20 19- 21	0.35-0.42 0.35-0.42 0.35-0.42	0-5 5-10 10-20	0-10 15-30 40-100	1- 2 2- 4 4-10
Связный минеральный грунт, Слабопластичный		18-20	0.40-0.60	0-5	0-10	2-5
Валунная глина		20-24	0.52-0.64	20-30	-	200-700
Связный минеральный грунт органического происхождения, Ил	мягкий жесткий	13- 18 14- 19	0.24-0.28 0.24-0.28	0-5 5-10	5-20 15-30	0.2-0.5 0.5-1

Таблица 3.7.4.1b: Предварительные показания свойств для связного грунта

В таблице 3.7.4.2 приведены некоторые показания стандартных отклонений в свойствах грунта. Данные величины относятся к кубам грунта, подвергающимся воздействию испытательного прибора с характеристическими размерами от нескольких сантиметров для приборов, предназначенных для лабораторных испытаний, до нескольких десятков сантиметров для приборов, предназначенных для полевых испытаний. Поскольку данные характеристические размеры ничтожно малы по сравнению с размерами поверхностей или кубов грунта в геотехнической механике, данные стандартные отклонения могут быть интерпретированы как стандартные отклонения колебаний свойств грунта «от точки к точке».

Свойство грунта	Стандартное отклонение [% ожидаемого среднего значения]
Объемная масса [кН/м³]	5 - 10 %
Тангенсоида внутреннего трения(φ') (осушенного грунта)	10 - 20 %
Связность осушенного грунта [кН/м³]	10 - 50 %
Прочность неосушенного грунта при сдвиге [кН/м³]	10 - 40 %
Жесткость [МН/м²]	20 - 100 %

Таблица 3.7.4.2. Показательные стандартные отклонения свойств грунта

Типы распределения

Предположение нормальных (Гауссовых) распределений вероятности для свойств грунта является наиболее распространенным в анализе геотехнической надежности. Отчасти это поддерживается экспериментальными доказательствами (напр. [Lumb 1966], [Schultze 1971]), означающими, что для широкого спектра свойств грунта нормальное распределение не может отрицаться. Вероятно, однако, что такой практике также способствует удобство моделирования. При выполнении вероятностного анализа надежности структур грунта, предположение о нормальности может привести к физическим несоответствиям, напр. к отрицательным значениям расчетной точки прочности на сдвиг. Во избежание подобных непоследовательностей рекомендуется предполагать логарифмически нормальные распределения свойств грунта, которые являются строго положительными.

Логарифмически нормальное поле может быть связано с нормальным полем посредством соответствующих преобразований. Логарифмически нормальное поле представлено следующим образом:

$$p(\underline{x}) = e^{u(\underline{x})} \quad (3.7.4.11)$$

где $p(\underline{x})$ - логарифмически нормальное поле с ожидаемым средним значением m_p , коэффициентом вариации V_p и где $u(\underline{x})$ является нормальным полем с вариацией $\sigma_u^2 = \ln(1 + V_p^2)$ и с ожидаемым средним значением $E[u] = \ln(m_p) - 1/2\sigma_u^2$. Тогда эквивалентная нормализованная автоковариационная функция для нормального поля будет выглядеть так: [Rackwitz, 2000]:

$$\rho_u \tau = \frac{\ln(1 + \rho_p(\tau) V_p^2)}{\ln(1 + V_p^2)} \quad (\approx \rho_p(\tau) \text{ for } V_p^2 \ll 1) \quad (3.7.4.12)$$

Это подразумевает ограничение $\rho_p(\tau) V_p^2 > -1$ с целью сохранения допустимой нормализованной автоковариационной функции $\rho_u(\tau)$

Следовательно, логарифмическая нормальность (строго положительного) параметра грунта ρ в анализе надежности может рассматриваться посредством замещения поля $p(\underline{x})$ на $\exp(u(\underline{x}))$, где статистика нормального поля $u(\underline{x})$ относится к статистике $p(\underline{x})$ согласно вышеупомянутым выражениям.

Байесовское обновление предшествующей информации

Фактические наблюдения свойства поля могут быть объединены с предшествующей информацией с целью обновления оценки статистики свойства поля. Предположим, что предшествующая информация означает распределение плотности вероятности $pdf(\underline{S}_p)$ для статистики (\underline{S}_p) и свойства поля ρ . Далее предположим, что мы имеем вектор наблюдений \underline{P} . Тогда Байесово обновление будет выглядеть так (в общей форме):

$$pdf''(\underline{S}_p | \underline{P}) = C pdf'(\underline{S}_p) L(\underline{P} | pdf'(\underline{S}_p)) \quad (3.7.4.13)$$

где $pdf''(\underline{S}_p | \underline{P})$ является апостериорным распределением \underline{S}_p , учитывая наблюдения, а $L(\underline{P} | pdf'(\underline{S}_p))$ - функция правдоподобия (правдоподобие наблюдений, при условии предшествующего pdf), а C - нормализованная константа.

3.7.4.4 Неопределенности вследствие отклонений в испытаниях

На результаты лабораторных испытаний или испытаний, проводимых на месте, обычно влияют неопределенности, связанные с измерениями и вытекающие из забора и подготовки образцов и отклонений в испытаниях. Таким образом, наблюдаемая вариативность результатов испытаний возникает как из свойственной грунту пространственной изменчивости, так и из-за нарушения процедуры взятия образцов и отклонениям в испытаниях. Допуская отсутствие структурных отклонений вследствие процедур взятия образцов и испытаний, можно действовать следующим образом:

Допустим, что σ_{rp}^2 - это стандартное отклонение, относящееся к неточностям взятия образцов в испытаниях, а σ_p - это стандартное отклонение, относящееся к свойственной грунту пространственной изменчивости. Допуская, что вышеназванные отклонения независимы друг от друга, общая вариативность, полученная при испытаниях, будет равна:

$$\sigma^2 = \sigma_{rp}^2 + \sigma_p^2 \quad (3.7.4.14)$$

Стандартное отклонение σ_{rp} будет составлять приблизительно 25-30% от общего стандартного отклонения σ [Cherubini, 1997].

Неточности процедуры взятия образцов и отклонения в испытаниях могут учитываться в вероятностной полевой модели посредством замещения (свойственной) изменчивости поля на изменчивость, полученную из испытаний, и посредством замещения теоретической нормализованной автоковариационной функции на:

$$\begin{aligned} r_p(\Delta \underline{x}) &= 1 && \text{для } \Delta \underline{x} = \underline{0} \\ &= \alpha \rho_{rp}(\Delta \underline{x}) && \text{для } \Delta \underline{x} \neq \underline{0} \end{aligned} \quad (3.7.4.15)$$

где α - это приблизительный коэффициент свойственной изменчивости поля и относительная изменчивость поля, полученная из полевых наблюдений, а r_p - это нормализованная автоковариационная функция для измеряемых свойств грунта. Согласно ранее отмеченной величине стандартного отклонения при взятии проб и неточностям в испытаниях, α будет равняться 0,9-0,95. Следовательно, отклонения при взятии проб и неточности в испытаниях могут учитываться в анализе статистики поля посредством нормализованной автоковариационной функции (3.7.4.15) с целью оценки ковариационной матрицы R при процедуре статистического анализа в разделе 3.7.1.4 и Байесовой процедуре обновления в разделе 3.7.4.3.

Отметим, что функцию 3.7.4.15 следует использовать только при моделировании измерений свойств грунта. В случае моделирования совместного распределения присущих грунту свойств, следует применять изначальную $\rho_{rp}(\Delta \underline{x})$. Также отметим, что функция 3.7.4.5 подразумевает, что ошибки в измерениях не зависят друг от друга; в противном случае потребуются изменения в уравнении.

3.7.5 Вероятностный анализ надежности геотехнических сооружений

3.7.5.1 Неопределенности, возникающие вследствие вариации континуальных характеристик

Для того чтобы использовать модели грунта и параметры моделей грунта для вероятностного геотехнического анализа как это рекомендовано ранее, модель грунта должна соответствовать вычислительной модели, применяемой для геотехнического анализа. В основном различают два типа методов:

- полное интегрирование параметров пространственных вариаций, присущих модели свойств грунта, в геотехнической вычислительной модели и
- упрощение модели пространственных вариаций свойств грунта до дискретных параметров, которые непосредственно вписываются в (аналитические) формулы геотехнических вычислительных моделей.

Полное интегрирование:

Метод полного интегрирования требует пересмотра исходных условий геотехнической вычислительной модели. Например, аналитические формулы для расчета несущей способности основаны на результатах оценки состояния предельного равновесия по длине предполагаемых линий или поверхностей разрыва. Пространственная модель прочности при сдвиге должна применяться к полученным значениям, описывающим параметры разрыва. Оценка равновесия выполняется на основе интегрирования или, что более часто, дискретного суммирования (стохастических) показателей прочности при сдвиге в пределах поверхности разрыва. К этой категории относится стохастический анализ методом конечных элементов.

Упрощение модели пространственных вариаций:

Данный метод требует упрощения модели пространственных вариаций до определения конкретных численных значений параметров – математического ожидания и стандартного отклонения, которые непосредственно вписываются в структуру формул геотехнической вычислительной модели. Например, параметр прочности на сдвиг в формуле расчета несущей способности описывает средний показатель прочности при сдвиге по поверхности разрыва. Следовательно, пространственную модель следует упростить до определения одиночной случайной переменной, описывающей среднее значение прочности при сдвиге в пределах этой поверхности. В этом случае должно учитываться уменьшение вариации вследствие усреднения, как описано в п. 3.7.3.4. Дисперсия одиночной случайной переменной:

$$\sigma_p^2 = \alpha \sigma^2 \Gamma^2(S) + \sigma_{mp}^2 \quad (3.7.5.1)$$

где α – (оценочное) значение отношения случайных вариаций собственного поля к случайным вариациям условного поля (см. уравнение 3.7.4.15), σ^2 – случайные вариации собственного поля, Γ^2 – коэффициент уменьшения вариации (см. раздел 3.7.3.3) и σ_{mp}^2 – вариация статистической неопределенности среднего значения (см. раздел 3.7.4.1).

3.7.5.2 Неопределенности вычислительных моделей

Вычислительные модели, особенно в геотехнической области, могут сами по себе включать в себя существенные неопределенности. Неопределенности могут возникать вследствие различных причин, например, из-за (чрезмерного) упрощения состояния равновесия или расчета деформации и пренебрежения пространственными эффектами.

Простым способом, при помощи которого можно учесть неопределенности вычислительных моделей, является метод умножения показателей, описывающих реакцию грунта или фундамента на вспомогательные случайные переменные. Ожидаемые средние значения и величины стандартного отклонения этих величин можно рассчитать, исходя из эмпирических или экспериментальных данных, посредством их сравнения с более продвинутыми вычислительными моделями, или, в случае нехватки специфической информации или определенных данных, на основе инженерной оценки (мнения специалистов).

В таблице 3.7.5.1 приведены некоторые приблизительные значения математического ожидания и стандартного отклонения для некоторых широко используемых геотехнических вычислительных моделей. Эти факторы относятся к составляющей сопротивления вычислительной модели. Как правило, неопределенность вычислительной модели может зависеть от конкретной сложившейся ситуации, например, от того, является грунтовый разрез однородным или неоднородным, а также от типа проводимых испытаний по оценке данных о свойствах грунта, и т.д.

Тип задачи	Тип вычислительной модели	Математическое ожидание	Стандартное отклонение
Устойчивость откосов грунтовых насыпей Однородный грунт Неоднородный грунт	Расчет обрушения арки (например, по Бишопу, Спенсеру и т.д.), Метод конечных элементов для двумерных задач	1,1 1,1	0,05 0,10
Устойчивость (шпунтовых) подпорных стенок:	Модель Бринча Хансена, Блума, упругопластическая модель упругой опертой балки	1,0	0,10
Устойчивость фундамента мелко-го заложения: Однородный разрез грунта Неоднородный разрез грунта Оседание грунта: прогнозирование	Модель Бринча Хансена	1,0 1,0 1,0	0,15 0,20 0,20- 0,30
Фундаментные сваи (забитые) Несущая нагрузка на конце сваи Сопротивление грунта на боковой поверхности ствола сваи	Расчет на основе эмпирических правил и данных испытаний при помощи конического зонда	1,0 1,0	0,25 0,15
Прогнозирование оседания грунтовой насыпи		1,0	0,20

Таблица 3.7.5.1. Характерные факторы неопределенности вычислительной модели

Вместо того чтобы рассматривать один фактор неопределенности для модели в целом, можно рассматривать факторы частных неопределенностей, относящиеся к различным составляющим вычислительной модели. Например, факторы неопределенности, относящиеся к активному и пассивному давлению грунта и к распределению напряжений в анализе устойчивости подпорных стенок. Этот метод позволяет установить различие между факторами неопределенности и получить более очевидное представление о влиянии аспектов неопределенности в рамках этого анализа.

3.7.5.3 Неопределенности стратиграфии грунтов

Понятие «стратиграфия грунта» должно быть определено на основе данных геотехнических исследований. Это понятие включает в себя следующее:

- оценку основной модели (статистически) однородных слоев грунта;
- оценку локально присутствующих небольших пластов грунта;
- оценку других локальных явлений, таких как, например, разрывы;
- классификацию каждого пласта грунта.

Поскольку геотехнические данные описывают точку или линию в пространстве, границы пластов грунта между точками или линиями, на которых ведется наблюдение, должны определяться при помощи интерполяции. Неопределенности, относящиеся к расположению границ слоя в местах, определенных интерполяцией, могут быть важны для геотехнического анализа. Иногда для определения погрешности расположения границ слоя может быть полезен геостатистический метод. Однако, во многих случаях имеющихся данных о грунте недостаточно для того, чтобы делать вывод о пространственно-ковариационной структуре варьирования границ слоя, данные о которых необходимы для этого метода.

Неопределенность другого типа может возникнуть из-за небольших пластов грунта или других локальных явлений, хотя наличие таковых и не отмечено в данных о грунте. На основе знаний по региональной геологии (и о том, каким образом локальное явление может повлиять на эксплуатационные качества проектируемого сооружения) следует принять решение о том, следует ли пренебрегать тем или иным локальным явлением. Если этим явлением нельзя пренебречь, его наличие следует принять в расчет и учитывать при расчете конструкции. Вопрос обнаружения явления подобного рода с использованием конечного числа образцов грунта рассматривается в области теории поиска [Бэхер и Кристиан, 2003, Бенкоски и др., 1991].

Неопределенности обоих типов могут быть должным образом исследованы при проведении вероятностного геотехнического анализа, при условии, что учитывается последовательное развитие потенциальных сценариев стратиграфии грунта. На основе информации, полученной случайным образом, т.е. дополнительных геологических данных, и достоверных данных о грунте на строительной площадке могут быть построены различные сценарии развития стратиграфии грунта, каждый из которых полностью соответствует имеющемуся набору достоверных данных о грунте, характеризующимися, однако, разной степенью достоверности. Оценка степени достоверности, т.е. оцениваемая вероятность того, что определенный сценарий развития стратиграфии грунта верен, зависит от (субъективной) оценки геолога.

На основе каждого стратиграфического сценария может быть выполнен анализ условных вероятностей надежности некоторых событий, связанных со свойствами грунта, F , например, разрушения, с использованием стохастических моделей, описывающих параметры грунта, как обсуждалось ранее. Полная априорная вероятность разрушения равна:

$$P[F] = \sum_{i=1}^N P[F|S_i]P[S_i] \quad (3.7.5.2)$$

где $P[F|S_i]$ обозначает условную вероятность разрушения, при условии, что стратиграфический сценарий S_i верен, и $P[S_i]$ – оценочная вероятность того, что сценарий верен. N – это число сценариев развития стратиграфии грунта.

В результате развития маловероятных, но крайне неблагоприятных сценариев развития стратиграфии может возникнуть ситуация существенного завышения размерных параметров при расчете конструкции. Альтернативным решением является проведение дополнительных исследований грунта, которые либо укажут на достоверность неблагоприятного сценария, либо на то, что требуется большая степень достоверности для подтверждения неактуальности такого сценария. Во втором случае это приведет к уменьшению вероятности развития неблагоприятного сценария $P[S_i]$.

Список литературы

- Asoaka, A. and D.A. Grivas. 1982, Spatial Variability of the Undrained Strength of Clays. ASCE Journal of the Geotechnical Eng. Div., Vol 108, GT5, pp743-756
- Baecher, G. B., and Christian, J. T. 2003. Reliability and statistics in geotechnical engineering, J. Wiley, Chichester, West Sussex, England; Hoboken, NJ.
- Benkoski, S. J., Monticino, M. G., and Weisinger, J. R. 1991. A survey of the search theory literature. Naval Research Logistics, 38, 469-494.
- Cherubini, C., 1997. Data and considerations on the variability of geotechnical properties of soils. Advances in Safety and reliability. Proceedings of the ESREL 97, C. Guedes Soares, Ed. Lisbon, Vol. 2, pp. 1583-1591
- Chiasson, P., J. Lafleur, M. Soulie, K.T. Haw, 1995, Characterizing Spatial Variability of Clay by Geostatistics. Canadian Geotechnical Journal, 32, pp 1-10.
- Goovaerts, P., 1997. Geostatistics for natural resources evaluation. New York, Oxford University Press.
- Hess, K.M., S.H. Wolf, M.A. Celia, 1992. Large scale Natural Gradient Tracer Test in Sand and Gravel, Cape Cod, Massachusetts 3. Hydraulic Conductivity Variability and Calculated Macrodispersivities. Water Resources Research, Vol 28, No 8, pp2011-2017
- Lumb, P., 1966. The variability of natural Soils. Canadian Geotechnical Journal, Vol III, 2, pp 74-94
- Mulla, D.J., 1988. Estimating Spatial Patterns in Water Content, Matric Suction and Hydraulic Conductivity. Soil Science Society, Vol 52, pp 1547-1553, 1988
- Rackwitz, R., 2000. Reviewing Probabilistic Soils Modelling. Computers and Geotechnics, 26(3-4), pp199-223
- Rehfeldt, K.R., J.M. Boggs and L.W. Gelhar, 1992. Field Study of Dispersion in a Heterogeneous Aquifer, 3-D Geostatistical Analysis of Hydraulic Conductivity. Water Resources Research, Vol. 28, 12, pp. 3309-3324.
- Ronold, M., 1990. Random Field Modeling of Foundation Failure Modes. Journal of Geotechnical Engineering, Vol. 166, No. 4, April.
- Rosenbaum, M.S., 1987. The use of stochastic Models in the Assessment of a Geological Database. Quarterly Journal of Eng. Geology, Vol 20, pp. 31-40.
- Schultze, E., 1971. Frequency Distribution and Correlation of Soil Properties. Proc. 1st Int. Conf. On Appl. of Statistics And Probability to Soil and Structural Engineering, Hong Kong, pp. 371-387
- Soulie, M., P. Montes, V. Silvestri, 1990. Modeling Spatial Variability of Soil Parameters. Canadian Geotechnical Journal, Vol 27, pp. 617-630
- The Stanford Geostatistical Modeling Software (S-GeMS), 2006. <http://sgems.sourceforge.net/>
- Tang, W.H., 1979. Probabilistic Evaluation of Penetration Resistances. ASCE Journal of the Geotechnical Engineering Div., Vol 105, GT 10, PP. 1173-1191
- Unlu, K., D.R. Nielsen, J.W. Biggar and F. Morkoc, 1990, Statistical Parameters Characterizing Variability of Selected Soil Hydraulic Properties. Soil Science Society Am Journal., Vol 54, pp. 1537-1547

Список обозначений

$\underline{\alpha}$ – вектор коэффициентов общего направления простираения

\wedge

$\underline{\alpha}$ – оценка $\underline{\alpha}$

b – корреляционный параметр поля

$C_f(\Delta x)$ – автоковариационная функция

$\cos()$ – функция косинуса

$\text{cov}()$ – ковариация

$\text{COV}()$ – ковариационная матрица

D – корреляционный параметр поля

\underline{D} – вектор корреляционных параметров поля

$\det()$ – определитель матрицы

$E[]$ – математическое ожидание

$\exp()$ – экспоненциальная функция

$F()$ – полиномиальная функция формы

$\underline{F}()$ – вектор полиномиальных функций формы

$f_p()$ – флуктуационное поле нулевого среднего значения свойства (грунта) p

$I()$ – интеграл/среднее значение

$I_0(), J_0()$ – функции Бесселя (первого рода нулевого порядка)

L, L_j – объем (длина), направленный объем

$L_f()$ – функция правдоподобия

$m_p()$ – свойство (грунта) p по общему направлению простираения

$P[e]$ – вероятность возникновения события e

$P[F]$ – вероятность разрушения

$P[e_1 | e_2]$ – условная вероятность возникновения события e_1 при условии возникновения события e_2

P_j – наблюдаемое значение

$\text{pdf}'()$ – функция апостериорной плотности вероятностей

$\text{pdf}()$ – функция априорной плотности вероятностей

R – корреляционная матрица

$r()$ – автокорреляционная функция

S – площадь поверхности пласта грунта под воздействием геотехнического механизма (общий случай)

S_j – сценарий развития стратиграфии основания грунта

$\tan()$ – функция тангенса

$\underline{x}=(x,y,z)$ – вектор пространственных координат, горизонтальных x и y ; и вертикальной z

$\text{var}()$ – вариация

α – дисперсионное отношение

α_j – радиус корреляции

$y(\tau)$ – полувариограмма; полудисперсия как функция расстояния разделения

$\Gamma^2()$ – коэффициент уменьшения вариации

$\Delta \underline{x} = (\Delta x, \Delta y, \Delta z)^T$ – вектор расстояний разделения (составляющие задержки)

δ – шкала флуктуаций

δ_j – шкала флуктуаций в направлении j

δ_{eq} – эквивалентная шкала флуктуаций

$R_f()$ – нормализованная автоковариационная функция (автокорреляционная функция)

σ – стандартное отклонение случайной переменной или случайного поля (общий случай)

σ^2 – дисперсия случайной переменной или случайного поля (общий случай)

σ_p^2 – вариация свойства p

σ_{rp}^2 – дисперсия погрешностей испытаний

τ – расстояние разделения (задержка)

Приложение 3.7.А. Шкалы флуктуации

Источник	Свойство грунта	Задача	Применяемая пространственная модель	Радиус корреляции
Танг 1979	Морская глина, среднее значение сопротивления грунта конусу зонда (испытания при помощи конического зонда) от 0 до 3м ниже морского дна. Различные уровни	Проектирование ограждений на платформах в прибрежной зоне	Гауссова модель	$8h = 55 \text{ м}$ $8h = 35 - 60 \text{ м}$
Асоака и др. 1982	Предел прочности при сдвиге, неосушенный грунт	Моделирование вертикальной пространственной изменчивости	Экспоненциальная модель	$8v = 2,5 - 6 \text{ м}$
Мулла 1988	Температура поверхности Содержание воды Сопротивление пенетрометру Содержание песка (песчаной глины) Содержание глины	Прогнозирование влагосодержания	Вариограмма, сферическая модель	$8h = 50 - 70 \text{ м}$ $40 - 60 \text{ м}$ $40 - 70 \text{ м}$ $60 - 80 \text{ м}$ $40 - 60 \text{ м}$
Ронольд 1990	Прочность при сдвиге (глина)	Нагрузка свай, работающих на растяжение	Гауссова модель	$8v = 2 \text{ м}$
Унлу и др. 1990	$\ln(K_{\text{ненасыщенный}})$ Параметр грунта (не указан) Влагоемкость	Сравнение методов оценки шкалы корреляции		$8h, \ln x = 12 - 16 \text{ м}$ $8h, \text{par} = 40 \text{ м}$ $8h, \text{cap} = 12 - 16 \text{ м}$
Саули и др. 1990	Прочность при сдвиге	Моделирование пространственной изменчивости при проектировании дамб	Экспоненциальная модель	$8v = 2 \text{ м}$, $8h = 20 \text{ м}$
Рефельдт и др. 1992	\ln Проницаемость	Моделирование пространственной изменчивости, измерение проницаемости методом меченых атомов	Экспоненциальная модель	Расходомер: $8v = 3,2 \text{ м}$, $8h = 25 \text{ м}$ Несколько испытаний: $8v = 1,5 - 3 \text{ м}$, $8h = 25 - 50 \text{ м}$
Хонхо и др. 1991	Предполагаемая прочность при сжатии	Оценка устойчивости откоса	Экспоненциальная модель	$8v = 4 \text{ м}$, $8h = 80 \text{ м}$
Розенбаум 1987	Толщина естественных отложений		Вариограмма, сферическая модель	$8h = 750 \text{ м}$
Хесс и др. 1992	\ln Проницаемость	Перемещение загрязняющих веществ	Экспоненциальная модель	$8v = 0,2 - 1,0 \text{ м}$, $8h = 2 - 10 \text{ м}$
Шиссон и др. 1995	Испытания при помощи конического зонда, испытания при помощи крыльчатки	Моделирование пространственной изменчивости	Вариограмма, сферическая модель	$8v = 1,5 \text{ м}$
Фраувенфельдер & Калле 2003	Испытания при помощи конического зонда, сопротивление глубоко залегающего ледникового песка зонду	Моделирование пространственной изменчивости	Гауссова модель	$8h = 20 - 35 \text{ м}$

3.9 НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ МОДЕЛЕЙ

Список обозначений:

Y = реакция конструкции согласно модели

Y' = реакция конструкции на практике

$f()$ = математическое описание модели

$f'()$ = математическое описание модели, включающее ее неопределенности

X_i = основная переменная

θ_i = неопределенность модели

3.9.1 Общие положения

Для расчета реакции конструкции, обладающей определенными (выбранными в случайном порядке) свойствами на воздействие определенных (случайных) воздействий используются модели (см. главу 1, раздел 5).

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (3.9.1)$$

Y = реакция конструкции

$F()$ = математическое описание модели

X_i = основные переменные (описывающие воздействия и свойства конструкции)

Математическое описание модели $f(\dots)$, как правило, является недостаточно полным и точным поэтому, результат Y не может быть спрогнозирован без определенной погрешности, даже если значения всех основных случайных переменных известны. Реальный результат Y' испытания может быть записан в виде следующей формулы:

$$Y' = f'(X_1, \dots, X_n, \theta_1, \dots, \theta_n) \quad (3.9.2)$$

Переменные θ_i упоминаются как параметры, содержащие неопределенности модели и рассматриваются как случайные переменные. Неопределенности моделей включают в себя:

- случайные воздействия, которые не учитываются в моделях
- упрощения математических соотношений

В идеальном случае величина неопределенности моделей должна оцениваться по результатам серии репрезентативных лабораторных испытаний и измерений, проводимых на реально существующих конструкциях, где все значения X_i вычисляются и подвергаются проверке. В этом случае неопределенность модели имеет природу подлинной неопределенности. Если проводится небольшое количество измерений, степень статистической неопределенности может быть высокой. Кроме того, может существовать неопределенность вследствие погрешностей измерения, как в X_i , так и Y . Байесовский регрессионный анализ, как правило, является верным методом работы в описанной выше ситуации.

Во многих случаях, однако, не хватает тщательного и последовательного набора испытаний и описание статистических свойств неопределенности моделей полностью основано на инженерной оценке. В отдельных случаях при помощи сравнения различных моделей можно поддержать те или иные суждения.

Следующий способ является наиболее распространенным методом введения неопределенности модели в вычислительную модель:

$$Y' = \theta_i f(X_1, \dots, X_n) \quad (3.9.3)$$

или:

$$Y' = \theta_i + f(X_1, \dots, X_n) \quad (3.9.4)$$

или сочетание (3.9.3) и (3.9.4). Первое определение проиллюстрировано на рис. 3.9.1.

Следует учитывать, что таким образом статистические свойства неопределенностей модели зависят от точного описания результатов, полученных при помощи модели. Теоретически простым способом избежать этой зависимости от описания является способ, при котором неопределенностей модели напрямую связываются с основными переменными, т.е. вводится $X_i' = \theta_i X_i$.

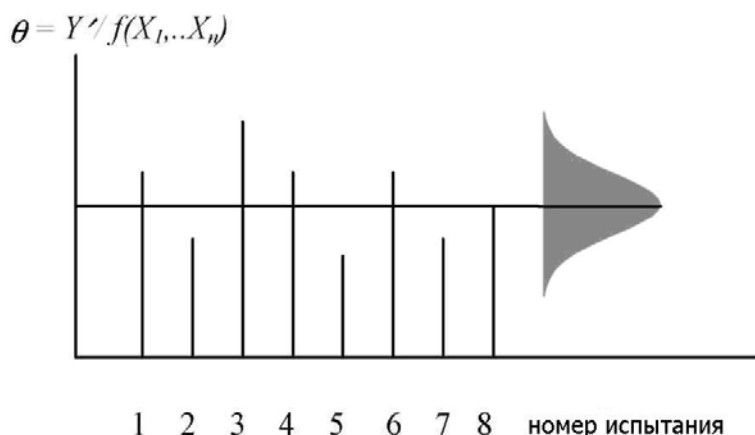


Рис. 3.9.1. Оценка статистики неопределенности модели по числу испытаний по выражению 3.9.3

3.9.2 Типы моделей для расчета строительных конструкций

Неопределенности моделей можно подразделить на

- модели для расчета нагрузки
- модели для расчета воздействия нагрузки
- локальные модели жесткости и несущей способности

В части 2 представлены рекомендации относительно неопределенностей моделей, описывающих нагрузку.

Модели для расчета воздействия нагрузки должны включать в себя линейные и нелинейные расчеты значений напряжений, осевых сил, сил сдвига, изгибающего и крутящего момента в различных конструктивных элементах. Неопределенности моделей, как правило, являются результатом того, что, например, не учитывается трехмерность явления, неоднородности, взаимодействия, граничные эффекты, упрощение характеристик поведения элементов в местах соединения, дефекты и т.д. Диапазон неопределенности модели зависит также от типа конструкции (рама, плиты, каркас, монолит и т.д.).

Локальные модели используются для описания поведения отдельного элемента, типичного поперечного сечения или даже материала в одной отдельно взятой точке. В этой связи можно вспомнить о вязкоупругой модели, упругопластической модели, условии текучести (фон Мизес, Треско, Коломб), поведении при упрочнении и размягчении, температурных свойствах и т.д.

3.9.3 Практические рекомендации

Модели могут быть числовыми, аналитическими и эмпирическими. Рекомендуемые значения, представленные в таблице 3.9.1, были получены в некоторой степени с учетом стандартной структурной модели на основе метода конечных элементов.

Предполагается, что неопределенности моделей частично коррелируются в пределах конструкции: В одной точке конструкции условия, как правило, являются отличными от условий в другой точке, что снижает вероятность существования полной корреляции. Поэтому, таблица 3.9.1 также включает в себя оценку степени корреляции между различными точками или важнейшими поперечными сечениями конструкции.

Таблица 3.9.1. Рекомендуемые вероятностные модели для неопределенностей моделей

Тип модели	Распределение	Среднее значение	Ковариация	Корреляция
модели для расчета воздействия нагрузки моменты в рамах осевые силы в рамах силы сдвига в рамах моменты в плитах силы в плитах напряжения в двумерных монолитных элементах напряжения в трехмерных монолитных элементах	логнормальное логнормальное логнормальное логнормальное логнормальное нормальное нормальное	1,0 1,0 1,0 1,0 1,0 0,0 0,0	0,1 0,05 0,1 0,2 0,1 0,05 0,05	
модели несущей способности стали (статические) возможность изгибающего момента ⁽¹⁾ возможность сдвига свариваемость возможность болтового соединения	логнормальное логнормальное логнормальное логнормальное	1,0 1,0 1,15 1,25	0,05 0,05 0,15 0,15	
модели несущей способности бетона (статические) возможность изгибающего момента ⁽¹⁾ коробление возможность сдвига связывающая способность	логнормальное логнормальное логнормальное	1,2 1,4 1,0	0,15 0,25 0,1	

⁽¹⁾ включая воздействие нормальных сил и сил сдвига.

3.10 РАЗМЕРЫ

3.10.1 Наружные размеры элементов из бетона

Далее рассматриваются только зависящие от времени воздействия. Отклонения размера от размера X описываются статистическими характеристиками отклонений Y этой величины от номинального значения X_{nom} :

$$Y = X - X_{nom} \quad (1)$$

Относительно внешних размеров (размеров периметра) поперечного сечения горизонтально расположенных железобетонных элементов (балок, плит) имеется значительный объем данных, хотя они не являются достаточно правдоподобными. Представленные ниже комментарии были сформулированы после проведения анализа образцов крупногабаритных изделий [1,2,3,4]. В результате наблюдений было установлено, что следующие аспекты не оказывают существенного влияния на отклонения размеров поперечного сечения железобетонных элементов:

- тип элемента (железобетонный, преднапряженный);
- форма поперечного сечения (прямоугольная, I-, T-, L- образная);

- класс бетона (прочность бетона);
- ориентация размеров (толщина, ширина);
- место поперечного сечения (середина пролета, опорная часть).

Было установлено [4], что внешние размеры поперечного сечения бетона лишь в небольшой степени зависят от способа изготовления (заводского изготовления и изготовленные на месте проведения работ рассматриваются вместе [2], тогда среднее значение и стандартное отклонение (кажется, что нормальное распределение является приемлемым) величины Y может находиться в пределах следующего диапазона:

$$0 \leq \mu_y = 0,003 X_{nom} \leq 3 \text{ мм} \quad (2)$$

$$\sigma_y = 4 \text{ мм} + 0,006 X_{nom} \leq 10 \text{ мм} \quad (3)$$

Эти формулы являются справедливыми для номинального значения X_{nom} до 1000 мм (при превышении этого размера существенной зависимости не наблюдалось). Следует обратить внимание на то, что недавно опубликованный в Европе документ [6], предметом внимания которого было строительство указанных сооружений из бетона, полностью согласуется с упомянутыми выше данными. Максимально допустимое отклонение ± 19 мм (соответствующее приблизительно $\sigma_y = 12$ мм) приведено для $X_{nom}=1000$ мм.

3.10.2 Защитный слой бетона

Верхний слой арматуры

В соответствии с данными [1] средняя толщина защитного слоя бетона на верхнем слое арматуры балок и плит, как правило, превышает номинальное значение (на приблизительно 10 мм), стандартное отклонение также приблизительно составляет 10 мм (в интервале от 5 до 15 мм). Типичные правдоподобные формулы (с большой долей неопределенности), для соотношений защитный слой – балка и плита – сталь могут быть записаны следующим образом:

$$5 \text{ мм} \leq \mu_y \leq 15 \text{ мм} \quad (4)$$

$$5 \text{ мм} \leq \sigma_y \leq 15 \text{ мм} \quad (5)$$

Нижний слой арматуры

Данных, описывающих нижний слой арматуры балок и плит, еще меньше. В зависимости от типа спейсеров (и, возможно, от многих других условий изготовления) из данных, представленных в работе [1], следует, что прогнозируемое среднее значение μ_y может находиться в диапазоне от - 20 мм до + 20 мм, в то время как стандартное отклонение кажется сравнительно небольшим, всего около 5 мм. Таким образом:

$$-20 \text{ мм} \leq \mu_y \leq 20 \text{ мм} \quad (6)$$

$$\sigma_y \cong 5 \text{ мм} \quad (7)$$

Эффективная высота

Очевидно, что представленные выше соотношения дают лишь общую оценку, а конкретные значения следует выбирать с учетом других особых условий. Несмотря на это, они в достаточной степени согласуются с результатами наблюдений, предметом которых была эффективная высота поперечного сечения (значение этой высоты и толщины защитного слоя бетона могут быть высоко коррелированы). В отсутствие более подробной информации для оценки характеристик рекомендуется [2] использовать следующие выражения:

$$\mu_y \cong 10 \text{ мм} \quad (8)$$

$$\sigma_y \cong 10 \text{ мм} \quad (9)$$

Очевидно, что требуется знание дальнейших размеров, полученных при проведении испытаний (относящихся к описанным способам изготовления), и особое внимание следует обратить на внутренние размеры как горизонтально, так и вертикально расположенных элементов.

3.10.3 Различия между бетонными колоннами, плитами и балками

Что касается наружных размеров, то между колоннами, плитами и балками не было найдено существенных различий [4]. Тем не менее, существуют некоторые различия между защитными слоями бетона этих элементов. В таблице 2 представлены характеристики защитного слоя бетона, основанные на данных, взятых из [1] и собранных в Великобритании.

Таблица 1. Характеристики защитного слоя бетона

Защитный слой бетона	Среднее μ_y [мм]	Среднеквадратичное отклонение σ_y [мм]
В колонне - [1] (два образца) В стене - [1] (один образец - 241 замер)	1;3 1	0,2; 7 12
на нижней стальной части плиты - [1] и {Великобритания}	– от 8 до 5 {от 7 до 23}	от 6 до 15 {3 до 4}
на верхней стальной части плиты - [1] и {Великобритания}	– от 13 до 11 {5 до 16}	от 11 до 17 {6 до 16}
на нижней части балки в Великобритании	– от 17* до 3	от 2 до 5
на верхней части балки в Великобритании	от 1 до 12	от 8 до 14

* Примечание: при использовании пластиковых спейсеров наблюдалась отрицательная средняя величина отклонений.

Согласно данным из таблицы 1 в качестве грубого приближения могут приниматься следующие характеристики защитного слоя бетона (интервалы, указанные для среднего и среднеквадратичного отклонения, представляют собой допустимые значения, зависящие от конкретных условий и качества продукции):

– колонна и стена:

$$\mu_y = \text{от } 0 \text{ до } 5 \text{ мм} \quad (10)$$

$$\sigma_y = \text{от } 5 \text{ до } 10 \text{ мм} \quad (11)$$

– нижняя стальная часть плиты:

$$\mu_y = \text{от } 0 \text{ до } 10 \text{ мм} \quad (12)$$

$$\sigma_y = \text{от } 5 \text{ до } 10 \text{ мм} \quad (13)$$

– нижняя часть балки:

$$\mu_y = \text{от } -10 \text{ до } 0 \text{ мм} \quad (14)$$

$$\sigma_y = \text{от } 5 \text{ до } 10 \text{ мм} \quad (15)$$

– верхние части балок и плит:

$$\mu_y = \text{от } 0 \text{ до } 10 \text{ мм} \quad (16)$$

$$\sigma_y = \text{от } 10 \text{ до } 15 \text{ мм} \quad (17)$$

Очевидно, данные значения являются лишь общими величинами базовых статистических характеристик защитного слоя бетона, а некоторые значения следует учитывать согласно соответствующим условиям производства. После этого очевидно потребуются дальнейшие экспериментальные измерения (относящиеся к данной производственной процедуре) и особое внимание следует уделить внутренним размерам как горизонтальных, так и вертикальных элементов.

Отметим, что недавнее европейское издание [6], затрагивающее принципы возведения бетонных конструкций, находится в полном соответствии с упомянутыми выше данными. Минимальное допустимое отклонение защитного слоя бетона составляет -10 мм (соответствует $\sigma_y = 6$), а максимально допустимое отклонение варьируется от 10 мм до 20 мм (соответствует $\sigma_y = \text{от } 6 \text{ до } 13 \text{ мм}$).

3.10.4 Размер поперечного сечения горячекатанных стальных изделий

В настоящий момент в Чехии [5] собираются данные об отклонениях от установленных размеров поперечных сечений прокатных изделий (профили I, L, T). Результаты, полученные преимущественно о профиле I (двутавровом от 80 до 200), подтверждают, что среднее и среднеквадратичное отклонение Y основных размеров (высота, ширина, толщина) меньше, чем 1 мм, в то время как коэффициент асимметрии является незначительным.

$$-1,0 \text{ мм} \leq \mu_y \leq +1,0 \text{ мм} \quad (18)$$

$$\sigma_y \leq 1,0 \text{ мм} \quad (19)$$

В случае с площадью поперечного сечения и модуля было обнаружено, что, независимо от высоты их профиля, среднее значение обеих величин незначительно отличается от их номинальных значений (разница практически равна нулю), а коэффициенты изменений для площади поперечного сечения составляют около 3,2%, для модуля поперечного сечения – 4,0%. Для всех геометрических свойств нормальное распределение скорей всего является полностью удовлетворительной моделью.

3.10.5 Теоретические модели

В предыдущих исследованиях [1] и [2] были затронуты несколько теоретических моделей. Оказывается, что до тех пор, пока не будут доступны дальнейшие данные, нормальное распределение будет представлять хорошую общую модель для наружных размеров как железобетонных, так и стальных элементов, а также для эффективной высоты железобетонного поперечного сечения.

Тем не менее, защитный слой для арматуры в бетонных поперечных сечениях различных элементах является особой случайной переменной, которую вряд ли можно будет описать посредством нормального распределения. В этом случае следует учитывать различные типы одно или двух стороннего ограниченного распределения.

Учитывая различные комбинации коэффициентов вариации $\omega = \sigma/\mu$ и асимметрии α (нижние индексы здесь опущены), можно выделить следующие часто используемые распределения:

- для всех ω и α бета распределение с общими минимальными и максимальными значениями a и b , обозначенными как Бета ($\mu; \sigma, a; b$),
- для всех ω и $\alpha > 0$ измененное логарифмически нормальное распределение с минимальным значением a , обозначенное как sLN ($\mu; \sigma, a$),
- для всех $\alpha < 2\omega$ бета распределение с минимальным значением a , равным нулю ($a=0$) и общим максимальным значением b , обозначенным как Бета ($\mu; \sigma, 0; b$),
- для $\alpha = 3\omega + \omega^3$ логарифмически нормальное распределение с минимальным значением a , равным нулю ($a=0$),
- для $\alpha = 3\omega$ гамма распределение (которое по определению имеет минимальное значение a , равное нулю ($a=0$)), обозначается как гамма ($\mu; \sigma$).

3.10.6 Корреляции

Было обнаружено [4], что наружные размеры бетонным поперечных сечений в небольшой степени зависят от способа производства (сборного типа либо монолитного типа). Между вертикальными и горизонтальными размерами не было обнаружено значительной корреляции (она равна 0,12). Данные о корреляции внутренних (защитный бетонный слой) и внешних наружных размеров отсутствуют, несмотря на то, что глубина и защитный слой некоторых элементов находятся в высокой степени корреляции. По всей длине элемента может наблюдаться сильная автокорреляция; расстояние может оцениваться как множественное (скажем от 3 до 5) от высоты поперечного сечения или как часть пролета (скажем, от $\frac{1}{4}$ до $\frac{1}{2}$).

3.10.7 Список литературы

- [1] Casciati, F., Negri, I., Rackwitz, R. Geometrical Variability in Structural Members and Systems, JCSS Working Document, January 1991.
- [2] Tichy, M. Dimensional Variations. In: Quality Control of Concrete Structures, RILEM, Stockholm, June 1979, pp. 171-180.
- [3] Tichy, M. Variability of Dimensions of Concrete Elements. In: Quality Control of Concrete Structures, RILEM, Stockholm, June 1979, pp. 225-227.
- [4] Bouska, P., Holicky, M. Statistical analysis of geometric parameters of concrete cross sections. Research report, Building Research Institute, Prague, 1983 (in Czech - Summary in English is provided).
- [5] Fajkus, M., Holicky, M., Rozlivka L., Vorlicek M.: Random Properties of Steel Elements Produced In Czech Republic. Proc. Eurosteel'99, Paper No. 90. Prague 1999.
- [6] ENV 13670-1 Execution of concrete structures - Part 1: Common, Brussels, 2000.

3.11 ЭКСЦЕНТРИСИТЕТЫ

Список обозначений:

$\rho(i,j)$ = коэффициент корреляции для двух колонн i и j

e = средние эксцентриситеты

f = центральный эксцентриситет вследствие кривизны

ϕ = отклонение от вертикальности

μ = среднее значение

σ = стандартное отклонение

3.11.1 Введение

Несущая способность гибких элементов в некоторой степени зависит от различия между фактической и теоретически предполагаемой облицовкой, так называемого эксцентриситета. В настоящем разделе представлены модели эксцентриситетов колонн в связевом каркасе и каркасе без связей.

3.11.2 Основная модель

При проведении анализа могут быть выделены три типа эксцентриситетов (см. рис. 3.11.1).

- средний эксцентриситет
- начальная кривизна

- отклонение от вертикальности ϕ

В случае связевого каркаса отклонение от вертикальности относится только к системе связей жесткости, но не к рассматриваемой колонне; для каркаса без связей основным эксцентриситетом, как правило, является отклонение от вертикальности, в данном случае более типичное, чем эксцентриситет конечной точки и кривизна.

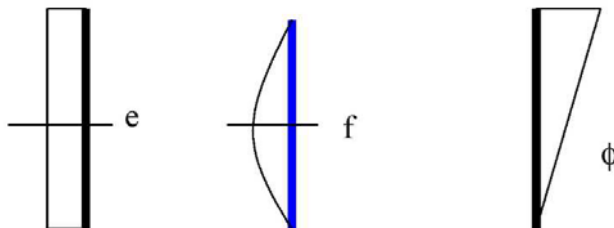


Рис. 3.11.1. Три основных типа эксцентриситетов, e , f и ϕ

3.11.3 Вероятностные модели

Тип распределения, среднее значение и разброс

В таблице 3.11.1 представлена вероятностная модель для трех основных параметров. Во всех трех случаях предполагается, что распределение симметрично около нулевой линии, и что наличие малых эксцентриситетов более вероятно, чем больших, хотя большие эксцентриситеты более опасны. Необходимо заметить, что в особых случаях несимметричные поперечные сечения могут иметь $\mu(f) \neq 0$ как следствие процесса производства.

Во многих случаях важную роль играют лишь абсолютные значения эксцентриситетов. Из таблицы следует, что эти абсолютные значения имеют усеченное нормальное распределение, точка усечения которого является математическим ожиданием неусеченного распределения. Абсолютное значение имеет среднее значение, составляющее приблизительно 0,80 от стандартного отклонения неусеченного распределения; коэффициент вариации при этом равен 0,75.

X	наименование величины	тип	μ	σ
e	средний эксцентриситет	нормальное	0 м	$L/1000$
f	отклонение вследствие кривизны	нормальное	0 м	$L/1000$
ϕ	отклонение от вертикальности	нормальное	0 рад	0,0015 рад

Таблица 3.11.1. Статистические характеристики эксцентриситетов
(для колонн из стали и бетона)

Все параметры эксцентриситета e , f и ϕ должны рассматриваться как независимые переменные.

Пространственно-временная зависимость

В целом, эксцентриситеты могут рассматриваться как параметры, не зависящие от времени. Исключением является древесина, в случае которой, в частности, начальная кривизна может зависеть от содержания влаги в этом материале.

Что касается пространственной неустойчивости, зависимость между различными колоннами одного здания очень важна. В настоящем документе средний эксцентриситет e , также как и отклонение вследствие кривизны f , рассматриваются как некоррелируемые для всех элементов. Для величины ϕ рекомендуется следующий метод корреляции:

$$\rho(\phi_i, \phi_j) = 0,5 \text{ для двух колонн на одном этаже}$$

$$\rho(\phi_i, \phi_j) = 0 \text{ для колонн на разных этажах}$$

В данной модели не является возможной отрицательная корреляция между колоннами в вертикальном направлении, которая является результатом (избыточной) коррекции отклонения от вертикальности на нижних этажах. Это является предположением с запасом.

Примечание относительно приложений

Функция предельного состояния для простой колонны, работающей на продольный изгиб, с одним зашечленным и другим свободным концом, может быть представлена в следующем виде:

$$Z = M_p - \frac{P_E}{P_E - P} P \phi h$$

M_p = пластический момент

P = вертикальная нагрузка

P_E = эйлерова критическая сила при продольном изгибе

h = высота колонны

3.11.4 Список литературы

- Ellingwood, B., Galambos, Th., MacGregor, J., Cornell, A.: Development of a probability based load criterion for American national standard A58. Building code requirements for minimum design loads in buildings and other structures. NBS special publication 577, June 1980
- Bjorhovde, R.: A probabilistic approach to maximum column strength. Reliability of Metal Structures, ASCE, Speciality Conference, Pittsburgh, 1972.
- Geometrical and cross-sectional properties of steel structures. Chapter 2. European Convention for constructional steelwork. Second international colloquium on stability. Introductory report, sept. 1976, pp. 19-46, 58-59.
- Edlund, B., Leopoldson, U.: Monte Carlo simulation of the load carrying capacity of steel beams. Chalmers university of technology, division of steel and timber structures, publ. S71-3 & S71-5, Goteborg, 1973.
- Alpsten, G.A.: Statistical Investigation of the strength of rolled and welded structural steel shapes. Report 39.4, Swedish institute of steel construction, Stockholm
- Hardwick, T.R., Milner, R.M.: Dimensional Variations - Frame structures for schools. The architects, Journal information library, 20 September 1967, vol. 146, technical study, AJ SfB Ba4, pp. 745-748.
- Klingberg, L.: Studies on the dimensional accuracy of a column and beam framework. National Swedish building research summaries, R38:1970.
- Klingberg, L.: Studies of dimensional accuracy in prefab building with flexible joints. National Swedish building research summaries, R28:1971.
- Maass, G.: Statistische Untersuchungen von geometrischen Abweichungen an ausgefuhrten Stahlbetonbauteilen. Teil II: Messergebnisse geometrischer Abweichungen bei Stutzen, Wanden, Balken und Decken des Stahlbetonhochbaus. Berichte zur Zuverlassigkeitstheorie der Bauwerke, TU Munchen Sonderforschungsbereich 96, Heft 28/1978.
- Fiorato, A.E.: Geometric imperfections in concrete structures. National Swedish building research. Document D5: 1973.